

SÉRIE A, n° 3154

N° D'ORDRE
4026

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

Pierre VERNIER

1^{re} THÈSE. — SUR L'ACTION PHOTOGRAPHIQUE DES ÉLECTRONS. — APPLICATION
AUX OBSERVATIONS ASTRONOMIQUES.

2^e THÈSE. — PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ.

Soutenues le 30 avril 1958 devant la Commission d'Examen.

MM. DANJON

Président.

MARÉCHAL

ROUAULT

LALLEMAND

} *Examineurs.*

PARIS

GAUTHIER-VILLARS, ÉDITEUR-IMPRIMEUR-LIBRAIRE

Quai des Grands-Augustins, 55

1958

SÉRIE A, N° 3154

N° D'ORDRE

4026

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

Pierre VERNIER

1^{re} THÈSE. — SUR L'ACTION PHOTOGRAPHIQUE DES ÉLECTRONS. — APPLICATION
AUX OBSERVATIONS ASTRONOMIQUES.

2^e THÈSE. — PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ.

Soutenues le 30 avril 1958 devant la Commission d'Examen.

MM. DANJON

Président.

MARÉCHAL

ROUAULT

LALLEMAND

Examineurs.



PARIS

GAUTHIER-VILLARS, ÉDITEUR-IMPRIMEUR-LIBRAIRE

Quai des Grands-Augustins, 55

1958

FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS.

Doyen..... J. PÉRÈS.

PROFESSEURS

G. JULIA.....	T	Analyse supérieure et Algèbre supérieure.	DE CUGNAC.....		Biologie végétale. (P. C. B.).
FOCH.....	T	Mécanique physique et expérimentale.	M ^{lle} CAUCHOIS....	T	Chimie physique.
PAUTHENIER.....	T	Electrotechnique générale.	THELLIER.....	T	Physique du Globe.
De BROGLIE.....	T	Théories physiques.	L'HÉRITIER.....	T	Génétique.
PRENANT.....	T	Anatomie et Histologie comparées.	GRIVET.....	T	Radioélectricité.
GARNIER.....	T	Géométrie supérieure.	PONCIN.....	T	Mécanique des fluides.
PÉRÈS.....	T	Mécanique des fluides et application.	DUBREIL.....	T	Arithmétique et théorie des nombres.
LAUGIER.....	T	Physiologie générale.	QUELET.....	T	Chimie organique.
M. CURIE.....	T	Physique (S. P. C. N.).	CAGNIARD.....	T	Géophysique appliquée.
BARRABÉ.....	T	Géologie structurale et Géologie appliquée.	CHAMPETIER.....	T	Chimie macromoléculaire.
G. DARMOIS.....	T	Calcul des probabilités et Physique mathématique.	CUVILLIER.....	T	Géologie structurale et Géologie appliquée.
BOURCART.....	T	Géographie physique et Géologie dynamique.	JUNG.....	T	Pétrographie.
PLANTEFOL.....	T	Botanique.	TRILLAT.....	T	Microscopie et diffraction électronique.
GRASSÉ.....	T	Evolution des êtres organisés.	WIEMANN.....	T	Chimie organique structurale.
PRÉVOST.....	T	Chimie organique.	JACQUINOT.....	T	Spectroscopie et Physique céleste.
BOULIGAND.....	T	Application de l'Analyse à la Géométrie.	VASSY.....	T	Physique de l'atmosphère.
CHAUDRON.....	T	Chimie appliquée.	DESTOUCHES.....	T	Théories physiques.
WYART.....	T	Minéralogie.	M. PRUVOST.....	T	Géologie.
TEISSIER.....	T	Zoologie.	AMIEL.....	T	Chimie générale (P. C. B.).
MANGENOT.....	T	Biologie végétale.	HOCART.....	T	Minéralogie.
P. AUGER.....	T	Physique quantique et Relativité.	J.-P. MATHIEU....	T	Physique (P. C. B.).
MONNIER.....	T	Physiologie des fonctions.	COUTEAUX.....	T	Biologie animale (P. C. B.).
PIVETEAU.....	T	Paléontologie.	MAY.....	T	Biologie animale (P. C. B.).
ROCARD.....	T	Physique (E. N. S.).	CHOQUET.....	T	Calcul différentiel et intégral.
H. CARTAN.....	T	Mathématiques (E. N. S.).	FELDMANN.....	T	Biologie (P. C. B.).
LAFFITTE.....	T	Chimie générale.	GUINIER.....	T	Physique générale (P. C. B.).
FAYARD.....	T	Mécanique générale.	JOST.....	T	Physiologie comparée.
COULOMB.....	T	Physique du Globe.	FORTET.....	T	Calcul des probabilités.
M ^{lle} COUSIN.....	T	Biologie animale (S. P. C. N.).	SCHWARTZ.....	T	Méthodes mathématiques de la Physique.
CHRÉTIEN.....	T	Chimie minérale.	CHOUARD.....	T	Physiologie végétale.
P. DRACH.....	T	Zoologie.	MALAVARD.....	T	Aviation.
KASTLER.....	T	Physique.	BRELOT.....	T	Calcul différentiel.
EPHRUSSI.....	T	Génétique.	NORMANT.....	T	Chimie organique (P. C. B.).
WURMSER.....	T	Biologie physicochimique.	BÉNARD.....	T	Chimie (P. C. B.).
RIVIERE.....	T	Géologie (S. P. C. N.).	BUVAT.....	T	Botanique (E. N. S.).
GAUTHERET.....	T	Biologie végétale (P. C. B.).	DUGUÉ.....	T	Statistiques mathématiques.
LUCAS.....	T	Recherches physiques.	GELOSO.....	T	Chimie (S. P. C. N.).
A. THOMAS.....	T	Biologie cellulaire.	SOULAIRAC.....	T	Psychophysiologie.
ARNULF.....	T	Optique appliquée.	ULRICH.....	T	Physiologie végétale.
MAX MORAND.....	T	Enseignement de Physique.	MARÉCHAL.....	T	Optique théorique et appliquée.
SOLEILLET.....	T	Physique.	KIRRMANN.....	T	Théories chimiques.
FORTIER.....	T	Mécanique expérimentale des fluides.	CHADEFAUD.....	T	Botanique.
DANJON.....	T	Astronomie.	DESTRIAU.....	T	Physique (M. P. C.).
LAPORTE.....	T	Physique générale et Radioactivité.	M ^{lle} LE BRETON..	T	Physiologie générale.
JANET.....	T	Mécanique analytique et Mécanique céleste.	SALEM.....	T	Mathématiques générales.
PETIT.....	T	Biologie maritime.	LELONG.....	T	Mathématiques générales.
QUENEY.....	T	Météorologie et Dynamique atmosphérique.	DEVILIERS.....	T	Anatomie et Histologie comparées.
GALLIEN.....	T	Embryologie.	EHRESMANN.....	T	Topologie algébrique.
EICHHORN.....	T	Biologie végétale (P. C. B.).	FRANÇON.....	T	Physique (S. P. C. N.).
			GLANGEAUD.....	T	Géographie physique et Géologie dynamique.
			GODEMENT.....	T	Mathématiques (M. P. C.).
			PISOT.....	T	Calcul des probabilités.
			ROCH. (E.).....	T	Géologie.
			SCHATZMAN.....	T	Astrophysique.

TERMIER.....	T	Paléontologie stratigraphique.	J. DUBOIS.....	T	Chimie (S. P. C. N.).
ZAMANSKY.....	T	Mathématiques générales.	LAMOTTE.....		Zoologie (E. N. S.).
JOLIOT.....	T	Physique nucléaire et Radio-activité.	MICHEL.....	T	Chimie (S. P. C. N.).
LENNUIER.....		Physique (P. C. B.).	OLMER.....	T	Énergétique générale.
RIZET.....		Génétique.	ROUAULT.....	T	Physique (Enseignant).
M ^{me} TONNELAT...		Théories physiques.	GAUTHIER.....	T	Mécanique appliquée.
DIXMIER.....		Mathématiques (M. P. C.).	BARCHIEWITZ.....		Chimie Physique.
SOUCHAY.....		Chimie générale (P. C. B.).	BROSSEL.....		Physique atomique.
AIGRAIN.....		Physique (P. C. B.).	BUSER.....		Biologie animale (P. C. B.).
BRUSSET.....		Chimie minérale	CAMUS.....		Biologie végétale (P. C. B.).
M. LÉVY.....		Physique théorique.	CASTAING.....		Physique générale.
LENORMANT.....		Physiologie.	CURIEN.....		Minéralogie et Cristallographie.
M ^{me} CHAIX.....		Chimie biologique.	MOYSE.....		Physiologie végétale.
M ^{me} HUREL-PY...		Biologie végétale (P. C. B.).	NOIROT.....		Évolution des êtres organisés.
PIAUX.....		Chimie (P. C. B.).	PANNETIER.....		Chimie (P. C. B.).
BRUN.....		Mécanique expérimentale des fluides.	POSSOMPES.....		Biologie animale (P. C. B.).
LEDERER.....	T	Chimie biologique.	PULLMANN.....		Chimie théorique
M ^{me} DUBREIL.....	T	Mathématiques.	TEILLAC.....		Physique nucléaire et Radio-activité.
M ^{me} LELONG.....	T	Mathématiques (E. N. S.).	TONNELAT.....		Biologie-physico-chimique.
BELLAIR.....		Géologie (S. P. C. N.).	VILLE.....		Économétrie.
COTTE.....	T	Physique (M. P. C.).	WILLEMART.....		Chimie (P. C. B.).
			BELLAIR.....	T	Géologie (S. P. C. N.).

Secrétaire général..... CH. MONIER.

PREMIÈRE THÈSE

SUR L'ACTION PHOTOGRAPHIQUE DES ÉLECTRONS. APPLICATION AUX OBSERVATIONS ASTRONOMIQUES

SOMMAIRE. — Ce travail comporte une étude théorique et expérimentale de plaques photographiques nucléaires exposées à des électrons de 10 à 30 kV. On a examiné l'effet Callier, la forme des caractéristiques et la granularité des plaques. On en déduit que, dans certaines conditions, le rendement quantique équivalent de la caméra électronique est voisin du rendement quantique de la cathode. On calcule la magnitude limite des étoiles détectables par photographie électronique.

ABSTRACT. — A study both theoretical and experimental is made of photographic plates exposed to electrons whose energy ranges from 10 to 30 kV. Callier effect, shapes of characteristics and plates granularity are investigated. It is shown that the equivalent quantum yield of the electron camera is nearly equal to the quantum yield of the photo-cathode. The largest magnitude of stars detectable by the electron camera is computed.

ZUSAMMENFASSUNG. — Diese Arbeit enthält eine theoretische und experimentelle Untersuchung der atomischen Photoplaten, welche Elektronen von 10 bis 30 kV ausgesetzt sind. Der Callier-Effekt, die Form der Schwärzungskurven und die Korngrößen wurden untersucht. Daraus folgt, dass in gewissen Fällen die gleichgeltende quantische Ergiebigkeit der elektronischen Camera derjenigen der Kathode ähnlich ist. Die Grenzgrößen der Sterne die durch Elektronenphotographie aufnehmbar sind, wird berechnet.

Резюме. — Теоретическое и экспериментальное исследование специальных фотографических пластинок атакуемых электронами от 10 до 30 кв. Были исследованы явление Каллье, вид характеристик и зернистость пластинок. Было найдено, что, при определенных условиях, квантовая отдача электронной камеры близка к квантовой отдаче катода. Вычислена предельная величина звезд получаемых на электронных пластинках.

INTRODUCTION.

Les problèmes modernes de l'Astronomie exigent la détection et la mesure de flux lumineux de plus en plus faibles et par conséquent des récepteurs de lumière de plus en plus sensibles.

Dans la photographie électronique mise en œuvre par A. Lallemand puis par A. Lallemand et M. Duchesne [1] à [8]), l'image optique de l'objet à photographier est formée sur une photocathode. Les électrons émis par celle-ci sont accélérés, sous une tension qui peut atteindre quelques dizaines de kilovolts, et focalisés de façon à former une image électronique sur une plaque photographique. Un électron de 25 kV peut produire une dizaine de grains d'argent dans certaines plaques. La photographie électronique permet donc, comme la photographie classique, d'accumuler simultanément des informations sur les flux lumineux reçus par tous les points d'un champ, mais sa sensibilité aux faibles flux lumineux est beaucoup plus grande, de l'ordre de celle des photomultiplificateurs.

Le but de ce travail est de déterminer les possibilités de la photographie électronique :

Nous avons consacré une première partie à l'action photographique des électrons :

- Récapitulation de quelques résultats connus sur les plaques photographiques en général (chapitre I);
- Description des dispositifs expérimentaux utilisés pour l'exposition et la mesure des plaques (chapitre II);
- Variations de la densité d'une plaque donnée avec les caractéristiques du densitomètre, effet Callier (chapitre III);
- Caractéristiques de plaques exposées à des électrons de 10 et 25 kV (chapitre IV);
- Fluctuations de densité de plaques nucléaires exposées à des électrons de 5 à 30 kV, granularité (chapitre V).

Les chapitres III, IV et V comportent d'une part la description des résultats expérimentaux que nous avons obtenus avec deux types de plaques réputées pour leur grande sensibilité aux électrons, les plaques nucléaires Ilford C₂ et G₅, et d'autre part l'interprétation théorique de ces résultats. Nous avons accessoirement étudié un type de plaque à grain ultra-fin (Kodak Maximum Resolution).

Dans une deuxième partie, nous avons appliqué les résultats précédents à l'étude des erreurs commises dans la mesure des flux lumineux

à l'aide de la photographie électronique et nous avons comparé les performances de celle-ci à celles de la photographie classique.

Dans une troisième partie, nous avons calculé la magnitude limite des étoiles détectables par photographie électronique.

PREMIÈRE PARTIE.

ACTION PHOTOGRAPHIQUE DES ÉLECTRONS.

CHAPITRE I.

RAPPEL DE QUELQUES RÉSULTATS CONNUS.

1. Action photographique de la lumière. — Lorsqu'un photon est absorbé par un grain de bromure d'argent, un électron est arraché à un ion Br^- et devient mobile dans le cristal. La formation de l'image latente, d'après Mott et Mitchell, s'effectue en trois étapes :

1° Un photoélectron est capturé par un ion Ag^+ situé dans une position privilégiée (centre de sensibilité). L'atome neutre Ag ainsi formé libère rapidement le photoélectron (en 10^{-5} à 1 s) qui va de centre de sensibilité en centre de sensibilité, jusqu'à la formation d'une sous-image ou sa capture par un atome de brome neutre.

2° Par action d'un ion Ag^+ et d'un autre photoélectron sur un atome neutre Ag , il se forme un groupe Ag_2 neutre que Mott et Mitchell [9] appellent « sous-image », qui a une durée de vie relativement longue (quelques jours).

3° Par action d'un autre ion Ag^+ , et d'un troisième photoélectron sur un groupe Ag_2 , il se forme un groupe Ag_3 . En captant un ion Ag^+ le groupe Ag_3 devient un groupe Ag_4^+ qui constitue l'image latente stable.

Au développement, le grain de bromure d'argent, après une phase d'induction, est réduit à l'état d'argent autour des images latentes, ou des sous-images si le développement est poussé. Un de ces germes de développement suffit pour que le grain de bromure qui le contient soit complètement réduit si le développement est assez poussé. L'argent ainsi produit peut même toucher un autre grain de bromure et amorcer sa réduction (développement contagieux).

Certains grains peuvent être développés sans avoir été exposés, ils forment un voile dit voile chimique dont l'importance dépend du mode de développement.

2. Action photographique des particules ionisantes. — La formation de germes de réduction dans les grains de bromure d'argent

sous l'action de particules ionisantes et le développement de ces germes suit un processus très voisin du précédent (A.-L. Kartuzhanski [10]). Cependant :

1° Une particule ionisante peut agir, directement ou par l'émission de particules secondaires, sur plusieurs grains de bromure d'argent.

2° Dans chacun de ces grains, l'action directe ou indirecte d'une particule primaire libre, dans un temps très court, plusieurs électrons susceptibles d'être capturés par les centres de sensibilité. Une particule ionisante peut donc produire par sa seule action des germes de développement. Cette possibilité n'exclut pas que certains germes soient dus à l'action conjuguée de deux particules.

3. Mesures photographiques. — Nous supposons qu'on éclaire une plaque développée et qu'on recueille la lumière émergeant d'une certaine surface S de plaque dans certaines conditions géométriques. Soient F le flux lumineux recueilli et F_0 la valeur que prendrait F si la plaque était parfaitement transparente et homogène. On appelle :

Transparence de S , le rapport $T = \frac{F}{F_0}$;

Densité absolue de S , la quantité $D^* = \text{colog}_{10} T$.

T et D^* dépendent de la quantité et de la répartition de l'argent dans la plaque. La mesure de T ou D^* peut donc fournir une mesure de la quantité de rayonnement reçue avant développement.

On appelle densité D au-dessus du voile la différence entre la densité absolue de S et celle d'une grande surface non exposée au rayonnement à mesurer. Le voile est dû aux grains développables spontanément ou à cause d'expositions parasites et dans une très faible mesure à la gélatine. En première approximation on peut admettre avec Hurter et Driffield (Mees [11], p. 830) que la densité au-dessus du voile est égale à la densité qu'on mesurerait s'il n'y avait pas de voile.

4. Effet Callier. — La densité dépend aussi du système optique (condenseur) qui éclaire la plaque et de celui (collecteur) qui définit la lumière, émergeant de la plaque, recueillie lors de sa mesure. Pratiquement toujours le densitomètre est un système centré et la densité est une fonction $D(N \sin \alpha, N' \sin \alpha')$ des ouvertures numériques $N \sin \alpha$ et $N' \sin \alpha'$ du condenseur et du collecteur.

Mess ([11], chap. 20) a donné une bibliographie de l'effet Callier avant 1940. La relation $D(N \sin \alpha, N' \sin \alpha')$ est assez complexe (Boutry [12], Görsch [13]). D'après un principe de Helmholtz [14], D devrait être une fonction symétrique de $N \sin \alpha$ et $N' \sin \alpha'$.

Beaucoup d'auteurs ont seulement mesuré le coefficient de Callier

$Q = \frac{D(0,0)}{D(0,1)}$. Les diverses relations empiriques établies entre Q et le diamètre moyen des grains d'argent, ne sont pas toujours en bon accord (Frieser et Hornung [15], Eggert et Koch [16], Frieser [17]). On a trouvé que Q dépendait peu de la densité. Powell [18] a calculé une relation entre Q et la densité pour des grains circulaires de différents diamètres. Il a aussi montré expérimentalement le rôle des irrégularités de la surface de l'émulsion.

Il restait encore à coordonner l'ensemble des faits expérimentaux par une théorie, en particulier pour $\alpha\alpha' \neq 0$. Toutes les expériences, sauf celles de Frieser [17], ont jusqu'ici porté sur des plaques exposées à la lumière.

5. Caractéristiques. — La caractéristique d'une plaque est la relation entre la densité $\bar{D}$ d'une grande plage uniformément exposée et le nombre moyen ν de particules reçues par unité de surface pendant l'exposition.

On dit que la plaque obéit à la loi de réciprocité si, ν étant donné, $\bar{D}$ ne dépend pas de la durée d'exposition θ . Cette loi n'est pas vérifiée pour des plaques exposées à la lumière. Elle l'est pour des plaques exposées à des électrons d'après la plupart des auteurs (Becker et Kipphan [19], Mees [11], chap. 6), sauf Kovner [20] qui signale quelques écarts quand le temps de pose est de l'ordre de la seconde.

L'aspect général des courbes $(\bar{D}, \log \nu)$ n'est pas très différent avec des plaques exposées à la lumière et à des électrons. Cependant la pente de la courbe $(\bar{D}, \nu)$, pour $\nu = 0$, nulle avec des plaques exposées à la lumière, ne l'est pas pour des plaques exposées à des électrons (Miss Digby et Firth [21]) ou à des rayons X (Tellez-Placenzia [22]).

Silberstein a consacré de nombreux travaux au calcul des caractéristiques à partir d'un modèle de plaque. En supposant qu'un grain de bromure d'argent est entièrement développable quand il a subi l'action efficace de r quanta, que tous les grains d'argent ont même aire a , et que la densité est proportionnelle à la somme des aires projectives des grains d'argent, il a trouvé en 1945 [23] que

$$(1) \quad D = D_m \left[1 - \left(1 + y + \dots + \frac{y^{r-1}}{(r-1)!} \right) \exp - y \right],$$

avec $y = \varpi a \nu$, ϖ étant la probabilité pour qu'une particule, traversant un grain de bromure d'argent ait une action efficace, et D_m une constante.

En comparant les caractéristiques expérimentales à l'équation (1) plus ou moins modifiée, plusieurs auteurs ont cherché le nombre minimum r_0 de quanta nécessaire à l'obtention d'un germe de développement : Silberstein [23], Webb [24] et [25], Trivelli [26] pour des photons ($r_0 = 2$

ou 3), Tellez-Placenzia [22] pour des rayons X ($r_0 = 1$), Webb [24] pour des rayons α ($r_0 = 1$). Mais Miss Digby, Firth et Hercock [21] ont trouvé que les caractéristiques de plaques exposées à des électrons étaient incompatibles avec l'équation de Silberstein, ils pensent que la troisième hypothèse de Silberstein, relative aux densités, ne serait pas valable aux plus fortes densités.

6. Granularité de plaques photographiques exposées à la lumière. — Si l'on grossit une plaque photographique uniformément exposée, elle présente une apparence de grain (granulation) due aux fluctuations de transparence de petites surfaces prises dans la plaque. La recherche d'une grandeur physique, la granularité, liée à la granulation, puis l'étude des erreurs qu'elle entraîne en photométrie ont suscité de nombreux travaux dont Mees (1954, chap. 24) donne une bibliographie.

ΔD étant l'écart quadratique moyen de la densité D d'une petite surface S de plaque, $\Delta D \sqrt{2S}$, que Selwyn a proposé comme mesure de la granularité, ne dépend pas de l'aire de S d'après une théorie (Selwyn [27]), vérifiée seulement en gros par l'expérience (Jones et Higgins [28]). La granularité augmente avec les dimensions des grains développés. Pour des plaques ne différant que par l'éclairement reçu, $\Delta D \sqrt{2S}$ est proportionnel à $\sqrt{D}$ d'après Selwyn [27] mais suit une loi plus compliquée d'après Debot [29].

Clark Jones [30], Croce et M^{me} Marquet [31], Picinbono [39], Zweig [33] ont étudié les corrélations et le spectre des fréquences spatiales dans les variations de la densité.

Selwyn [27] a fait remarquer que l'erreur relative commise dans la mesure de l'éclairement d'une surface S de plaque est proportionnelle à $\frac{\Delta D}{\gamma}$, γ étant la pente de la courbe $(\overline{D}, \log \nu)$.

7. Rendement quantique équivalent d'un récepteur de lumière. — Soit n_0 l'espérance mathématique du nombre de photons reçus pendant le temps de pose par une certaine surface S_0 , Δn_0 , l'erreur quadratique moyenne commise dans la mesure de n_0 . Par définition du rendement quantique équivalent ε du récepteur (Rose [34])

$$(2) \quad \frac{\Delta n_0}{n_0} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon n_0}}.$$

ε serait égal à 1 si l'on pouvait compter sans erreur le nombre de photons effectivement reçus pendant la pose. En fait ε est toujours inférieur à 1.

ε décrit bien les propriétés d'un récepteur de lumière pour de faibles flux lumineux, en particulier en Astronomie. Baum [35], Struve [36],

Hiltner [37] trouvent ε de l'ordre de 0,001 pour des plaques photographiques exposées à la lumière bleue pendant des temps de l'ordre de 30 mn. Pour des poses plus longues, ε pourrait être inférieur en raison de l'effet Schwarzschild. Felgett [38] indique des valeurs supérieures à 0,01, jamais approchées jusqu'ici en pratique.

8. Granularité de plaques exposées à des électrons. — Eggert et Schopper [39], Herz [40] ont étudié la granularité de plaques exposées à des rayons X, Frieser [17] celle de plaques exposées à des électrons de 50 à 100 kV. On peut conclure de leurs études que si l'on augmente la sensibilité de la plaque aux particules incidentes, en augmentant la charge en sel sensible, ou en augmentant l'énergie des particules, la granularité, pour une densité donnée, augmente.

La notion de rendement quantique équivalent s'applique encore si l'on remplace les photons de lumière par d'autres particules. Il serait utile pour la caméra électronique de connaître le rendement quantique équivalent pour des électrons de 10 à 30 kV.

D'autre part, pas plus que pour des plaques exposées à la lumière, il n'existe de théorie qui coordonne l'ensemble des faits expérimentaux relatifs à la granularité de plaques exposées à des électrons.

CHAPITRE II.

DISPOSITIFS EXPÉRIMENTAUX.

9. Obtention de plaques ayant reçu un flux uniforme d'électrons. — Les matériaux de base de cette étude ont été des séries de plaques exposées à un flux uniforme d'électrons. Ce flux a été obtenu à l'aide d'une caméra électronique de Lallemant et Duchesne dont nous avons éclairé uniformément la cathode (pour la description, voir A. Lallemant [3]).

Nous rappellerons que les plaques sont refroidies par de l'air liquide aux environs de -100° pour assurer la conservation de la cathode. Comme nous avons disposé de flux lumineux importants, des photocathodes de baryum, fabriquées dans la caméra même avant chaque expérience, se sont révélées assez sensibles.

En exposant des plaques à grain ultra-fin, nous avons vérifié que le flux d'électrons, émis par la cathode, était uniforme, à 1 ou 2 % près, dans un domaine dont les dimensions n'excèdent pas 1 mm. En revanche le flux peut varier de 25 % d'un bord à l'autre de la plaque.

Soit ν le nombre moyen d'électrons reçus par unité de surface de plaque. Dans chaque expérience, nous avons pu maintenir le flux d'électrons constant à quelques centièmes près. La mesure du temps de pose

donne donc une mesure relative de $\dot{\nu}$ pour des zones de plaque correspondant à la même zone de la même cathode.

Pour avoir une mesure absolue approximative de ν , nous avons mesuré le courant émis globalement par la cathode. Les inégalités de sensibilité entre les différents points de la cathode ont causé des erreurs de 10 à 20 %.

10. Mesure des transparences et des densités. — Nous avons transformé un microscope Leitz Dialux en microdensitomètre. Un diaphragme de champ placé dans un plan conjugué du plan de l'émulsion délimitait la surface S de celle-ci dont nous mesurions la densité. Le flux lumineux F' traversant ce diaphragme était mesuré à l'aide d'un photomultiplicateur à sept étages. Nous pouvions faire varier l'ouverture du condenseur d'une façon continue et celle du collecteur de lumière d'une façon discontinue en changeant l'objectif du microscope.

Pour que le flux F' soit proportionnel à la transparence T de la surface S d'émulsion il faut qu'il provienne exclusivement de la surface S, c'est-à-dire :

1° que les dimensions de S soient largement résolues par le microscope et ceci avec une profondeur de champ au moins égale à l'épaisseur de la partie absorbante de l'émulsion;

2° que la proportion de lumière, provenant des zones de l'émulsion entourant S et diffusée à travers le diaphragme de champ, soit négligeable (effet Schwarzschild-Villinger).

11. Épaisseur de la partie absorbante de l'émulsion développée et profondeur de champ des microscopes. — Dans les mesures de granularité, les dimensions de S doivent descendre jusqu'à quelques microns, le microscope doit donc pouvoir résoudre au moins $0,5 \mu$.

C'est dans toute l'épaisseur des émulsions exposées à la lumière qu'on trouve des grains d'argent développés. Pour certaines émulsions, cette épaisseur atteint 20μ . Il est impossible de résoudre $0,5 \mu$ sur de telles profondeurs. Il en résulte de sérieuses difficultés dans l'étude de la granularité de ces émulsions.

Des électrons de 5 à 30 kV ont une très faible pénétration dans les émulsions nucléaires. Nous avons représenté sur la figure 1 le pourcentage Y de grains d'argent compris entre la surface de l'émulsion et un plan situé à la distance x de celle-ci quand l'émulsion est développée, fixée et séchée. Pour mesurer Y, nous avons compté les grains nets sur des micrographies de l'émulsion gonflée dans de la glycérine. Ce gonflement multiplie l'épaisseur de l'émulsion par 6 et nous avons pu ainsi obtenir un pouvoir de résolution en profondeur dans l'émulsion sèche de l'ordre de $0,1 \mu$.

90 % des grains d'argent se trouvent dans une épaisseur inférieure

à la profondeur de champ des objectifs les plus puissants et la condition (1) pour de bonnes mesures de transparence est remplie.

12. Effet Schwarzschild-Villinger. — Nous avons choisi une plage transparente dans tout le champ éclairé, sauf dans une petite zone opaque

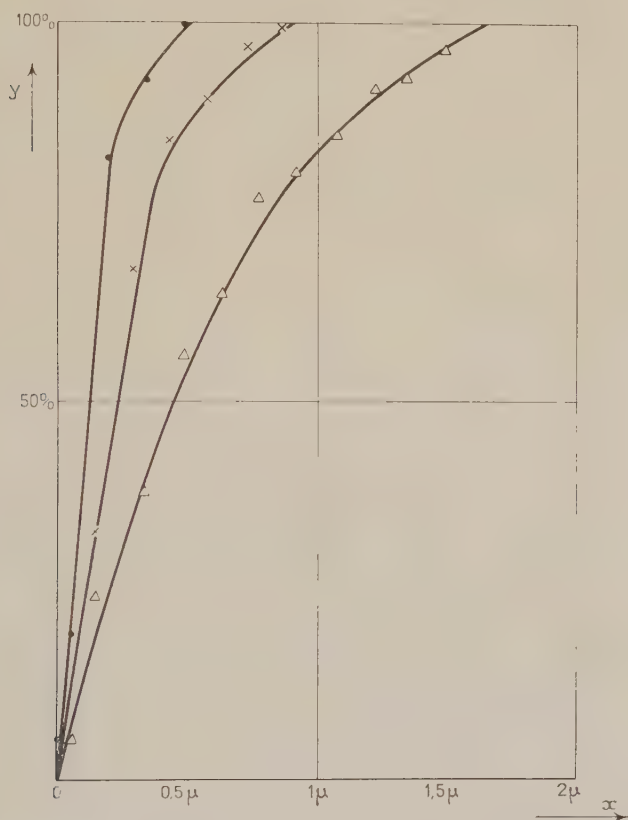


Fig. 1. — Pénétration des électrons dans les émulsions :

● 5 kV; × 12 kV; △ 25 kV.

comprenant la surface S conjuguée de l'ouverture du diaphragme de champ. Nous avons mesuré le flux traversant alors ce diaphragme, entièrement composé de lumière diffusée et nous en avons déduit le taux de lumière diffusée C .

C varie peu avec les ouvertures de l'objectif et du condenseur. Nous avons pu limiter C à 5 % en fermant au maximum le diaphragme de champ du condenseur.

CHAPITRE III.

ÉTUDE DE L'EFFET CALLIER.

13. **Étude expérimentale.** — Nous avons mesuré les variations de la densité de plaques exposées à des électrons, avec les ouvertures $N \sin \alpha$ et $N' \sin \alpha'$ du condenseur et de l'objectif du densitomètre. Pour la conservation des plaques, nous avons collé au baume du Canada une lamelle couvre-objet sur l'émulsion. Cette particularité facilitera beaucoup l'interprétation des résultats. Les mesures de ce chapitre ont été faites sur des surfaces S de plaques assez grandes pour que les fluctuations de densité soient faibles. Nous reviendrons sur le cas où S est petite au chapitre V.

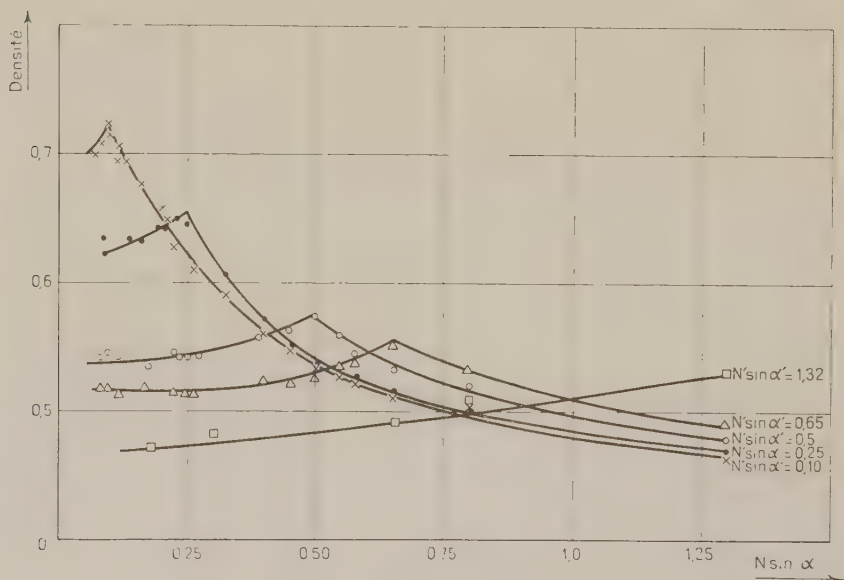


Fig. 2.

14. **Caractères généraux de l'effet Callier.** — Nous avons représenté, pour cinq valeurs de $N' \sin \alpha'$, en fonction de $N \sin \alpha$, les variations de la densité au-dessus du voile de deux plaques exposées à des électrons de 25 kV et développées énergiquement (fig. 2 : une plaque G_5 d'assez forte granularité; fig. 3 : une plaque *Maximum Resolution* à grain ultra-fin). La densité du voile était dans les deux cas inférieure à 0,05.

Nous avons mis en évidence trois résultats qui apparaissent déjà,

d'une façon plus ou moins explicite dans les travaux déjà publiés (§ 4) sur des plaques exposées à la lumière :

A. La densité est une fonction symétrique de $N \sin \alpha$ et $N' \sin \alpha'$.

B. La densité pour une valeur donnée de $N' \sin \alpha'$ présente pour $N \sin \alpha = N' \sin \alpha'$ un maximum d'autant plus élevé que $N' \sin \alpha'$ est plus petit.

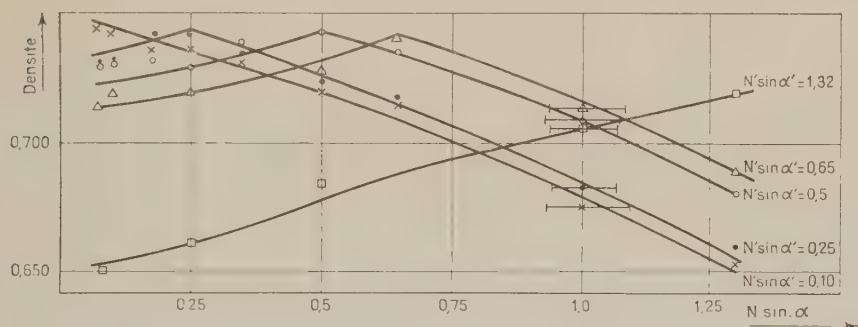


Fig. 3.

C. Les variations de la densité avec les ouvertures $N \sin \alpha$ et $N' \sin \alpha'$ sont plus rapides pour de grandes ouvertures si la granularité est faible et plus rapides pour de petites ouvertures si la granularité est forte.

15. Variations de l'effet Callier avec la densité. — Nous appellerons série homogène de plaques, des plaques de même type, exposées à des rayonnements de même nature, développées de la même façon, ne différant que par la quantité de rayonnement reçu.

Soit $D(N \sin \alpha, N' \sin \alpha')$ la densité au-dessus du voile mesurée avec un condenseur d'ouverture $N \sin \alpha$ et un objectif d'ouverture $N' \sin \alpha'$.

La densité pour des ouvertures infinies ou nulles n'est pas mesurable directement mais peut être déduite par extrapolation de réseaux de courbes analogues à ceux de la figure 2.

Nous avons représenté en fonction de $D_0 = D(\infty, \infty)$ les valeurs de quelques rapports de densités pour deux séries homogènes de plaques exposées à des électrons de 25 kV et développées énergiquement (tableau Ia, plaque G_5 ; tableau Ib, plaque *Maximum Resolution*).

TABLEAU Ia.

D_0	0,25.	0,43.	1,05.	1,90.	3,0.
$D(0; 0,1) \left\{ \begin{array}{l} \text{calculé.....} \\ \text{observé.....} \end{array} \right.$	1,34	1,355	1,40	1,39	1,31
$D(0; 0,5) \left\{ \begin{array}{l} \text{calculé.....} \\ \text{observé.....} \end{array} \right.$	1,37	1,43	1,37	1,32	1,28

TABEAU I b.

D ₀	D ₁₈ .	0,42.	0,66.	0,77.
D(0; 0,1) { calculé.....	1,20	1,18	1,16	1,16
D(0; 1,32) { observé.....	1,20	1,16	1,16	1,14

On peut voir que le rapport des densités mesurées de deux façons différentes varie peu dans une série homogène de plaques. Ce résultat était connu pour le rapport $\frac{D(0,0)}{D(0,1)}$ (coefficient de Callier).

Étude théorique de l'effet Callier.

16. Cohérence partielle et degré de cohérence. — Blanc-Lapierre et Dumontet [41], Hopkins [42] ont exposé la théorie de la cohérence partielle et donnent une bibliographie de la question. Nous rappellerons ici quelques-uns de leurs résultats :

Soient deux points P et P' qui reçoivent des vibrations lumineuses d'une source étendue. Celle-ci peut être divisée en sources élémentaires quasi ponctuelles, incohérentes entre elles. Soient U_i et U'_i les amplitudes complexes moyennes des vibrations produites en P et P' par la source i . Soient I et I' les intensités résultantes des vibrations en P et P'. Soit U_i^* la quantité conjuguée de U_i .

On peut adopter comme définition du degré de cohérence des vibrations reçues par P et P' la quantité

$$(3) \quad \Gamma = \sum_i U_i^* \frac{U'_i}{\sqrt{II'}}.$$

Pour une source plane monochromatique de longueur d'onde λ , la vibration au point de coordonnées (x, y) du plan de la source ayant pour intensité I (x, y) , on a

$$(4) \quad \Gamma = \frac{I}{\sqrt{II'}} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} I(x, y') \exp \frac{2i\pi}{\lambda} (r' - r) dx dy',$$

r et r' étant les distances du point de coordonnées (x, y) du plan de la source à P et P'.

Si la source est un cercle de luminance uniforme dont l'axe passe près des points P et P', situés dans un même plan perpendiculaire à cet axe, la formule (4) s'écrit

$$(5) \quad \Gamma = \frac{2J_1 \left(\frac{2\pi\rho}{\lambda} N \sin \alpha \right)}{\frac{2\pi\rho}{\lambda} N \sin \alpha},$$

φ est la distance PP' , N est l'indice du milieu situé entre la source et les points P et P' , 2α est le diamètre angulaire sous lequel on voit la source des points P et P' .

Si les points P et P' sont éclairés par l'intermédiaire d'un système optique et si de la pupille d'entrée du système, on ne voit pas la source sous un angle trop petit, Γ sera le même que si la pupille de sortie du système était une source de lumière incohérente. Si P et P' sont éclairés par un condenseur de microscope et situés dans un plan perpendiculaire à celui-ci, l'expression (5) est encore valable, $N \sin \alpha$ étant l'ouverture numérique du condenseur.

La théorie de la cohérence partielle n'est qu'une façon commode d'exprimer le principe de Huyghens et ses limitations sont les mêmes pour tout ce qui touche la diffraction aux grands angles et par conséquent l'utilisation de grandes ouvertures. Mais elle peut encore dans ce cas fournir des indications qualitatives et un ordre de grandeur des phénomènes.

17. Hypothèses simplificatrices et notations. — Dans tous les calculs qui suivront, nous assimilerons une plaque à une lame à faces parallèles surmontée d'un écran infiniment mince parfaitement opaque aux points « recouverts » par de l'argent et parfaitement transparent aux autres points. Un point est « recouvert » par de l'argent si la normale à la surface de l'émulsion passant par ce point rencontre un grain d'argent. Ce modèle représente particulièrement bien les plaques nucléaires exposées à des électrons de 5 à 30 kV sur lesquelles on a collé une lamelle couvre-objet.

Nous supposons que la lumière reçue par l'organe sensible du densitomètre, compte tenu de sa sensibilité spectrale, peut être assimilée à une lumière monochromatique de longueur d'onde λ . Dans nos expériences 95 % de la réponse de l'organe sensible provenait de la bande spectrale 0,4-0,6 μ , on peut alors faire $\lambda = 0,5 \mu$.

Soient N et N' les indices des milieux baignant la dernière lentille du condenseur et la première lentille de l'objectif.

Soient Ox et Oy deux axes de coordonnées rectangulaires situés dans le plan de l'émulsion et un troisième axe Oz coïncidant avec l'axe optique du densitomètre.

Soit M un point de la pupille de sortie du condenseur; nous appellerons coordonnées réduites de M les quantités u et v liées aux coordonnées a , b , c de ce point dans le système d'axes précédent par les relations

$$u = \frac{2\pi}{\lambda} N \frac{a}{OM}, \quad v = \frac{2\pi}{\lambda} N \frac{b}{OM}.$$

Nous définirons de même les coordonnées réduites u' , v' d'un point M'

de la pupille d'entrée de l'objectif de coordonnées normales a' , b' , c' :

$$u' = \frac{2\pi}{\lambda} N' \frac{a'}{OM'}, \quad v' = \frac{2\pi}{\lambda} N' \frac{b'}{OM'}.$$

Ces coordonnées réduites ont été choisies pour que $u = u'$ et $v = v'$ si le rayon lumineux MM' passe par l'origine et pour que $\sqrt{u^2 + v^2} = \frac{2\pi}{\lambda} N \sin \alpha$ si le rayon lumineux passe par le bord de la pupille de sortie du condenseur.

Soit $\psi(x, y)$ une fonction des coordonnées (x, y) d'un point de l'émulsion, nulle si ce point n'est pas dans la surface S d'émulsion dont on mesure la densité, égale à 1 dans le cas contraire.

Nous appellerons transparence locale $f(x, y)$ de la plaque une fonction des coordonnées d'un point de l'émulsion, nulle si ce point est recouvert par de l'argent, égale à 1 dans le cas contraire.

Si le montage du densitomètre est correct la réponse de l'organe sensible est la même que si la transparence locale était nulle à l'extérieur de la surface S . Dans tous les calculs qui suivront nous supposons qu'il en est ainsi. Mathématiquement ceci revient à remplacer $f(x, y)$ par le produit $\psi(x, y) f(x, y)$.

Soit $\Omega(u', v')$ $du' dv'$ l'angle solide sous lequel on voit du point O l'ensemble des points de la pupille d'entrée de l'objectif de coordonnées réduites comprises entre u' et $u' + du'$, v' et $v' + dv'$.

Soit $E(u', v')$ une fonction égale à 1 si le point (u', v') est dans la pupille d'entrée de l'objectif, nulle dans le cas contraire.

18. Calcul de la transparence T d'une surface S de plaque. —

Nous divisons la source en éléments quasi ponctuels. Soit $U_i(x, y)$ l'amplitude complexe qu'enverrait l'élément quasi ponctuel i au point (x, y, o) si la plaque ne contenait pas d'argent. Avec le modèle adopté le point (x, y, o) transmettra vers l'objectif l'amplitude complexe $U_i(x, y) f(x, y)$.

L'intensité des vibrations en un point de la pupille d'entrée de l'objectif provenant d'une source élémentaire i est le carré de la somme des amplitudes complexes transmises par les différents points de la plaque :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} U_i(x_2, y_2) f(x_2, y_2) \exp i(u' x_2 + v' y_2) \\ \times U_i^*(x_1, y_1) f(x_1, y_1) \exp -i(u' x_1 + v' y_1) dx_1 dy_1 dx_2 dy_2.$$

Le flux lumineux atteignant l'organe du densitomètre, proportionnel à la transparence T de la surface S de plaque à mesurer est la somme des intensités des vibrations reçues par tous les points de la pupille d'entrée de l'objectif, depuis toutes les sources élémentaires, incohérentes entre elles, somme calculée comme si la plaque était opaque à l'extérieur de S .

En remplaçant dans l'expression (6) f par $f\psi$ et en sommant sur i , u' et v' , on obtient :

$$(7) \quad T = A \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} dx_1 dy_1 dx_2 dy_2 f(x_1, y_1) \psi(x_1, y_1) \\ \times f(x_2, y_2) \psi(x_2, y_2) \left\{ \sum_i U_i(x_2, y_2) U_i^*(x_1, y_1) \right\} \\ \times \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp i[u'(x_2 - x_1) + v'(y_2 - y_1)] \Omega(u', v') E(u', v') \overline{du' dv'} \right\},$$

A étant une constante qui peut être déterminée en remarquant que $T = 1$ si $f \equiv 1$.

On voit apparaître dans les accolades de la formule (7), en vertu des équations (3) et (4) les degrés de cohérence $\Gamma(x_1, y_1; x_2, y_2)$ de la lumière envoyée par le condenseur aux points (x_1, y_1) et (x_2, y_2) de la plaque et $\Gamma'(x_1, y_1; x_2, y_2)$ de la lumière qu'enverrait la pupille d'entrée de l'objectif en ces points si c'était une source uniforme de lumière. La formule (7) peut donc s'écrire

$$(8) \quad T = A \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \Gamma(x_1, y_1; x_2, y_2) \Gamma'(x_1, y_1; x_2, y_2) f(x_1, y_1) \\ \times f(x_2, y_2) \psi(x_1, y_1) \psi(x_2, y_2) dx_1 dy_1 dx_2 dy_2.$$

On voit que conformément à un principe énoncé par Helmholtz :

Si la pupille de sortie du condenseur est uniformément éclairée, la transparence d'une plaque dépend d'une façon symétrique de la géométrie des pupilles d'entrée de l'objectif et de sortie du condenseur.

Pour des pupilles circulaires, la formule (8) devient d'après (5) :

$$(9) \quad T = A \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{2J_1(k\rho)}{k\rho} \frac{2J_1(k'\rho)}{k'\rho} \\ \times f(x_1, y_1) \psi(x_1, y_1) f(x_2, y_2) \psi(x_2, y_2) dx_1 dy_1 dx_2 dy_2,$$

avec

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} N \sin \alpha; \quad k' = \frac{2\pi}{\lambda'} N' \sin \alpha'; \\ \rho = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}.$$

Si les dimensions de S ne sont pas trop petites,

$$\psi(x_1, y_1) = \psi(x_2, y_2) = \psi(x_1, y_1) \psi(x_2, y_2)$$

pratiquement dans tout le domaine où $\frac{J_1(k\rho) J_1(k'\rho)}{\rho^2}$ n'est pas négligeable. Si cette condition n'était pas remplie, la diffraction empêcherait

une mesure correcte de T (§ 10). Il résulte alors de (9) :

$$(10) \quad T = K \int_0^\infty \frac{J_1(k\rho) J_1(k'\rho) G_s(\rho)}{\rho} d\rho.$$

$G_s(\rho)$ désignant la probabilité pour que deux points pris au hasard sur la surface S ne soient recouverts ni l'un ni l'autre par de l'argent. Si S est très grand, $G_s(\rho)$ ne dépend pas du choix de la surface S et sera alors désigné $G(\rho)$.

$$K = \frac{2k}{k'} \quad \text{si } k \geq k', \quad K = 2 \frac{k'}{k} \quad \text{si } k' \geq k.$$

19. Valeurs limites de la transparence et de la densité. — Si l'une ou l'autre des ouvertures du condenseur et de l'objectif tend vers l'infini, k ou k' tend vers l'infini et T tend vers une limite $T_0 = G_s(0)$.

Soit S' la partie de S non recouverte par de l'argent, on peut écrire

$$(11) \quad \begin{array}{l} \frac{S'}{S} = T_0 = 10^{-D_0}, \\ D_0 = D(\infty, \infty) \equiv D(\infty, N' \sin \alpha') \equiv D(N \sin \alpha, \infty). \end{array}$$

Si la surface S est pratiquement infinie, on peut faire tendre k et k' vers zéro simultanément.

Les probabilités pour que deux points assez éloignés ne soient pas recouverts par de l'argent sont indépendantes et alors $G(\rho) = G^2(0)$, il en résulte que

$$(12) \quad D(0, 0) = 2D_0.$$

20. Propriétés de la fonction $G(\rho)$. — La forme de $G(\rho)$ dépend du type de plaque, du mode de développement, de la densité. Nous montrerons au chapitre V, pour un modèle représentant bien les propriétés des plaques nucléaires exposées à des électrons, mais pouvant être une approximation utile dans un cas plus général, que

$$(13) \quad G(\rho) = [G(0)]^{2-\alpha(\rho)},$$

$\alpha(\rho)$ étant une fonction sensiblement indépendante de la densité dans une série homogène de plaque qui sera définie par la suite.

On vient de voir que $\alpha(\rho)$ est égal à 1 pour $\rho = 0$ et tend vers zéro quand ρ tend vers l'infini. D'après une propriété de $\alpha(\rho)$ qui sera démontrée dans la suite, $\alpha(\rho)$ est une fonction non croissante, qui devient négligeable quand ρ atteint le diamètre maximum de groupes de grains d'argent produits par une particule. $\alpha(\rho)$ est très petit dès que ρ dépasse le diamètre maximum des grains d'argent, si les grains produits par une particule sont éloignés les uns des autres.

Pour calculer la transparence d'une grande surface de plaque, il sera commode de définir la fonction $h(\rho, T_0)$ par la relation

$$(14) \quad G(\rho) = T_0^2 + (T_0 - T_0^2) h(\rho, T_0).$$

En vertu des propriétés de $\alpha(\rho)$,

$$(15) \quad h(0, T_0) = 1; \quad \frac{\partial h(\rho, T_0)}{\partial \rho} \rightarrow 0; \quad h(\infty, T_0) = 0.$$

La formule (10) donnant la transparence d'une grande surface de plaque peut alors s'écrire

$$(16) \quad \begin{cases} T = T_0^2 + K(T_0 - T_0^2) \int_0^\infty \frac{1}{\rho} J_1(k\rho) J_1(k'\rho) h(\rho, T_0) d\rho; \\ K = \frac{2k}{k'} \quad \text{si } k \geq k'; \quad K = \frac{2k'}{k} \quad \text{si } k' \geq k. \end{cases}$$

Comme le facteur $\frac{J_1(k\rho) J_1(k'\rho)}{\rho}$ devient petit quand ρ est assez grand, remplaçons $h(\rho, T_0)$ par une fonction ayant même développement limité au voisinage de $\rho = 0$, pour le calcul de T . Quand ce sera nécessaire nous utiliserons donc l'approximation (17)

$$(17) \quad h(\rho, T_0) = \exp\left(-\frac{\rho}{\rho_m}\right) \quad \text{avec} \quad \rho_m = \frac{\rho_0(1 - T_0)}{\text{colog}_e T_0},$$

ρ_m a été obtenu en identifiant les premiers termes du développement de $G(\rho)$ en utilisant les formules (13) d'une part, (14) avec l'approximation (17) d'autre part.

ρ_0 est une constante, pour une série homogène de plaques, de l'ordre de grandeur du diamètre moyen des groupes de grains d'argent produits par une particule si ceux-ci forment une masse compacte de l'ordre de grandeur du diamètre moyen des grains d'argent si une particule produit des grains d'argent éloignés les uns des autres.

Vérification expérimentale de la théorie de l'effet Callier.

21. Symétrie de la fonction $D(N, \sin \alpha, N' \sin \alpha')$. — L'expérience (§ 14) et la théorie [§ 18, formule (10)] s'accordent sur le point que la densité $D = \text{colog}_{10} T$ est une fonction symétrique de

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} N \sin \alpha \quad \text{et} \quad k' = \frac{2\pi}{\lambda} N' \sin \alpha'.$$

22. Maximum de densité quand les ouvertures de l'objectif et du condenseur sont égales. — Soient $\frac{\partial T}{\partial k}(k^-)$ et $\frac{\partial T}{\partial k}(k^+)$ les dérivées

partielles à gauche et à droite de $\dot{T}$ par rapport à k pour $k' = k$. On peut montrer à l'aide de l'expression (16) et des relations (15) que

$$\frac{\partial T}{\partial k}(k') > - \frac{\partial T}{\partial k}(k') > 0.$$

Physiquement ces inégalités signifient :

1° Quand on fait varier $N \sin \alpha$, $N' \sin \alpha'$ restant fixe, la transparence est minimum et la densité maximum pour $N \sin \alpha = N' \sin \alpha'$.

2° La courbe représentant les variations de la densité en fonction de $N \sin \alpha$ présente un point anguleux pour $N \sin \alpha = N' \sin \alpha'$, la pente à gauche de ce point étant inférieure à la valeur absolue de la pente à droite de ce point.

L'expérience (fig. 2 et § 14 B) est en bon accord avec le premier de ces phénomènes et n'est pas incompatible avec le second bien que les aberrations du condenseur estompent les points anguleux des courbes.

23. Variations de la densité avec l'ouverture commune du condenseur et de l'objectif quand celle-ci sont égales. — D'après l'expression (16), conformément aux résultats de l'expérience (§ 14 B), la théorie prévoit que la densité diminue quand $N \sin \alpha = N' \sin \alpha'$ croît.

24. Cas où $N \sin \alpha = 0$. — Watson ([43], p. 386) a démontré que

$$(18) \quad \int_0^\infty \exp\left(-\frac{\rho}{\rho_m}\right) J_1(k'\rho) d\rho = \frac{1}{k' \sqrt{1 + k'^2 \rho_m^2}}.$$

En utilisant les formules (16) et (18) avec l'approximation (17), on trouve, si $N \sin \alpha = 0$:

$$(19) \quad \begin{cases} D = D_0 + c \log_{10} \left[1 - \frac{1 - T_0}{\sqrt{1 + k'^2 \rho_m^2}} \right] \\ k' \rho_m = \frac{2 \pi (N' \sin \alpha') (\log_{10} e) \rho_0 (1 - T_0)}{\lambda D_0}. \end{cases}$$

25. Variations de densité avec $N' \sin \alpha'$ pour $N \sin \alpha = 0$. — Nous avons représenté sur la figure 4 les variations de D avec $\log_{10} k' \rho_m$ telles qu'elles sont données par les formules (19), pour $D_0 = 0,4$.

Pour confronter avec l'expérience nous avons représenté sur la même figure les résultats de mesures de D pour trois plaques exposées à des électrons de 25 kV mais de granularité différente, choisies telles que $D_0 \simeq 0,4$. ρ_0 et ρ_m n'étaient pas connus et les courbes expérimentales n'étaient déterminées qu'à une translation près. En choisissant cette translation pour que les courbes expérimentales et théoriques coïncident au mieux, nous avons pu déterminer ρ_m et par suite ρ_0 .

Les valeurs ainsi trouvées étaient :

pour la plaque G_5 développée énergiquement :

$$\rho_0 = 1,6 \mu;$$

pour la plaque *Maximum Resolution* :

$$\rho_0 = 0,08 \mu;$$

pour la plaque G_5 développée doucement :

$$\rho_0 = 0,28 \mu.$$

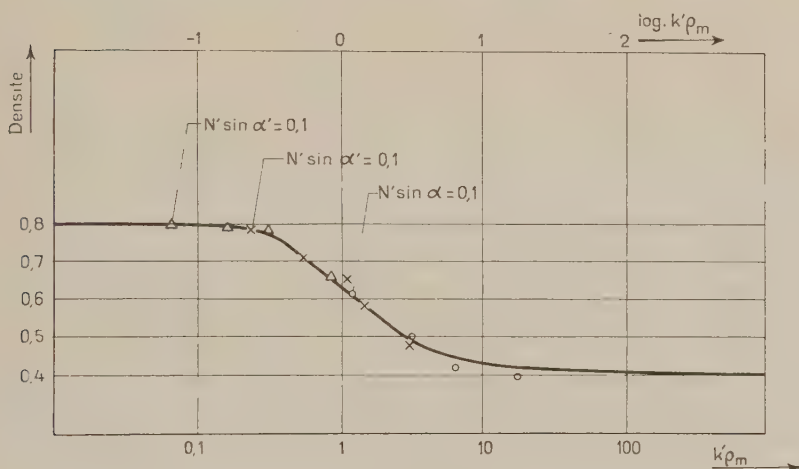


Fig. 4.

- Δ Plaque *Maximum Resolution*;
- $\times$ Plaque G_5 développée doucement;
- $\circ$ " " " énergiquement.

Dans ce paragraphe et dans toute la suite :

développement énergétique = révélateur I. D. 19 à 18° pendant 20 mn;
développement doux = révélateur I. D. 19 dilué 10 fois à 18° pendant 3 mn.

On a vu (§ 20) quelle était la signification physique de ρ_0 , il n'y a pas de contradiction avec ce qu'on sait par ailleurs des traces des électrons de 25 kV (*pl. I*, face à la page 32).

26. Variation de l'effet Callier avec la densité. — En face des valeurs expérimentales, nous avons porté, dans les tableaux Ia et Ib

(§ 15), les valeurs de quelques rapports de densités, calculées à l'aide des formules (19).

Les valeurs de ρ_0 ont été déterminées au paragraphe 25.

27. Conclusion de ce chapitre. — La théorie qui précède a été établie et vérifiée pour des plaques dont la partie absorbante était très mince. Ces conclusions devraient être encore valables en première approximation pour des plaques plus épaisses (plaques exposées à la lumière).

28. Combinaison optique à utiliser dans un microphotomètre. — Si la surface S est petite il faut définir avec précision son contour, donc utiliser un objectif assez ouvert, mais pas trop pour que la profondeur de champ reste suffisante. On améliorera la profondeur de champ en donnant au condenseur une ouverture faible.

Une telle combinaison optique a l'avantage que les variations de la densité avec $N \sin \alpha$ et $N' \sin \alpha'$ sont relativement lentes (*fig. 2 et 3*).

Pour les mesures de fluctuation nous avons donc choisi la combinaison ($N \sin \alpha = 0,1$; $N' \sin \alpha' = 0,5$). Pour les mesures de caractéristiques, cette combinaison donnait un champ trop petit, nous avons alors choisi la combinaison symétrique ($N \sin \alpha = 0,5$; $N' \sin \alpha' = 0,1$). D'après ce qui précède les densités obtenues pour une même surface S sont les mêmes.

29. Calcul de la densité à partir de la quantité d'argent contenue dans la plaque. — La théorie et l'expérience ont montré que dans une même série homogène, le rapport des densités de chaque plaque mesurée de deux façons différentes était constant à quelques centièmes près. Dans la suite nous admettrons que

(20)

$$D = q D_0,$$

q étant une constante pour une combinaison optique du densitomètre et une série homogène de plaques données.

Nous vérifierons la formule (20) au chapitre V pour de petites surfaces S.

CHAPITRE IV.

CARACTÉRISTIQUES DE PLAQUES EXPOSÉES A DES ÉLECTRONS.

Étude expérimentale.

30. Pour étudier les effets d'un paramètre (temps de pose, énergie des électrons), nous avons toujours comparé des zones de plaques exposées avec la même région de la même cathode.

Nous avons mesuré la densité au-dessus du voile D de surface S de plaque relativement grande ($0,2 \text{ mm}^2$) pour que la granularité ne cause pas d'erreur.

Nous décrivons dans ce paragraphe des caractéristiques de plaques exposées à un flux constant d'électrons, le temps de pose θ étant variable.

Nous avons représenté sur la figure 5 les variations de D en fonction de θ pour des plaques C_2 , G_5 et *Maximum Resolution* exposées à des électrons de 10 et 25 kV et développées énergiquement. Dans tous les

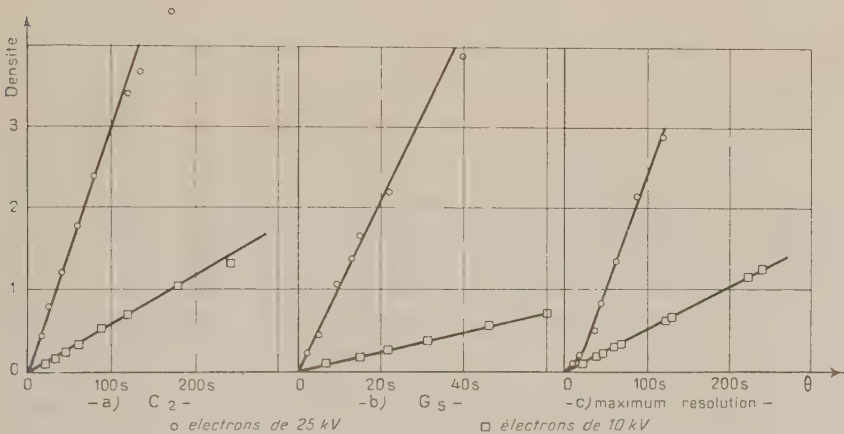


Fig. 5.

- a. C_2 ;
- b. G_5 ;
- c. *Maximum Resolution*.
- Électrons de 25 kV;
- » 10 kV.

cas la densité du voile était très faible ($< 0,05$). Il ne faut tirer aucune conclusion des rapports entre les pentes des caractéristiques, chacune ayant été obtenue avec une cathode différente, l'éclairement de celle-ci étant 50 fois plus grand pour les plaques *Maximum Resolution*.

Les formes des caractéristiques sont les mêmes pour des plaques développées doucement.

Pour des plaques nucléaires C_2 et G_5 la relation entre D et θ est linéaire et ceci jusqu'aux plus fortes densités pour des plaques exposées à des électrons de 25 kV.

Pour des plaques *Maximum Resolution*, la courbe représentant les variations de D en fonction de θ est sensiblement rectiligne pour des électrons de 10 kV mais concave vers les fortes densités pour des électrons de 25 kV.

Dans tous les cas, la pente de la caractéristique $\frac{dD}{d\theta}$ tend vers une valeur non nulle quand θ tend vers zéro.

Miss Digby et Firth pour des électrons de plus grande énergie et d'autres types de plaques ont obtenu des résultats analogues.

Étude théorique.

31. Processus de noircissement. — Nous supposons que :

1° La densité D au-dessus du voile est égale à la densité absolue qu'on mesurerait en l'absence de voile.

2° Les centres de sensibilités transformés en germe sous l'action de deux électrons ou plus sont en nombre négligeable.

3° Pour qu'un point de la surface de l'émulsion soit recouvert par de l'argent, il faut et il suffit que l'un des centres de sensibilité d'un ensemble qu'on pourrait désigner avant l'exposition connaissant le mode de développement, soit transformé en germe.

4° Les centres de sensibilités intéressant chaque point de l'émulsion sont en nombre tels que l'émulsion puisse être considérée comme un milieu homogène.

La validité de ces hypothèses sera contrôlée par la comparaison des caractéristiques expérimentales et théoriques.

32. Calcul des caractéristiques. — Nous reprendrons ici le modèle et les notations utilisés au chapitre III. En vertu de la première hypothèse du paragraphe 31, nous ferons le calcul comme s'il n'y avait pas de voile. D'après les formules (11) et (20) on aura donc

$$\text{colog}_{10} T = D = q D_0 = q \text{colog}_{10} T_0 = q \text{colog}_{10} \left(\frac{S'}{S} \right).$$

Nous supposons la surface S de plaque dont on mesure la densité prise dans une surface S_∞ de plaque uniformément exposée aussi grande que nécessaire (S_∞ n'a pas besoin d'exister physiquement).

Nous noterons $\bar{D}$, $\bar{D}_0$, $\bar{T}$, $\bar{T}_0$, les limites de D , D_0 , T , T_0 quand S tend vers l'infini; c'est-à-dire pratiquement, quand les fluctuations de ces quantités sont négligeables. En vertu de la relation (21), $\bar{T}_0$ est l'espérance mathématique de T_0 .

Avec les hypothèses énoncées plus haut, le processus de noircissement peut être traduit mathématiquement de la façon suivante :

1° νS_∞ électrons à chacun desquels nous affecterons un numéro i de 1 à νS_∞ ont leur premier impact sur S_∞ .

2° Le point d'impact (de coordonnées ξ_i, η_i) de l'électron i à une densité de probabilité uniforme $\frac{1}{S_\infty}$ sur S_∞ .

3° Soit $\varphi_i(x + \xi_i, y + \eta_i)$ une fonction égale à 1 si la trace de l'électron i recouvre le point (x, y) de la surface de l'émulsion, nulle dans le cas contraire. $\varphi_i(x, y)$ est une fonction aléatoire indépendante de ξ_i et η_i .

4° La transparence locale de l'émulsion est donnée par la relation

$$(21) \quad f(x, y) = \prod_{i=1}^{\nu S_\infty} [1 - \varphi_i(x + \xi_i, y + \eta_i)].$$

Avec le modèle utilisé l'espérance mathématique $\overline{f(x, y)}$ de $f(x, y)$ ne dépend pas de x et y et

$$(22) \quad \overline{T_0} = \overline{f(x, y)} = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \cdots \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \prod_{i=1}^{\nu S_\infty} \frac{\psi_\infty(\xi_i, \eta_i)}{S_\infty} \\ \times [1 - \varphi_i(x + \xi_i, y + \eta_i)] d\xi_i d\eta_i$$

$\psi_\infty(\xi_i, \eta_i)$ étant une fonction égale à 1 si le point (ξ_i, η_i) est dans S_∞ , nulle dans le cas contraire.

Comme S_∞ est arbitrairement grand, (22) donne

$$(23) \quad \overline{T_0} = \exp(-\nu s),$$

s_i étant l'aire projective de la trace de l'électron i et s la moyenne arithmétique de s_i pour les νS_∞ électrons.

Si la surface S est assez grande pour que T_0 et $\overline{T_0}$ soient pratiquement égaux, en vertu de la relation (20) :

$$(25) \quad \boxed{D = M q s \nu}, \\ M = \log_{10} e.$$

Comparaison de la théorie et de l'expérience.

33. Linéarité des caractéristiques. — Le modèle de plaque utilisé rend bien compte de la linéarité des caractéristiques des plaques nucléaires. Les modèles utilisés par Silberstein ne pouvaient en rendre compte.

La très faible concavité vers les faibles densités, observée pour des plaques C_2 et des électrons de 10 kV, peut être expliquée par la très faible pénétration de ces électrons dans l'émulsion qui fait que le nombre de centres de sensibilité intéressant chaque point n'est pas pratiquement infini (§ 31, 4^e hypothèse).

La très nette concavité vers les fortes densités des plaques *Maximum*

Resolution exposées à des électrons de 25 kV peut être expliquée par la faible sensibilité individuelle des grains de bromure d'argent, qui fait qu'une proportion croissante de germes est due à l'action conjuguée de deux électrons primaires, quand la densité augmente (§ 31, 2^e hypothèse). La concavité est imperceptible pour des électrons de 10 kV dont le pouvoir d'ionisation par unité de longueur est assez grand pour que cette hypothèse soit satisfaite.

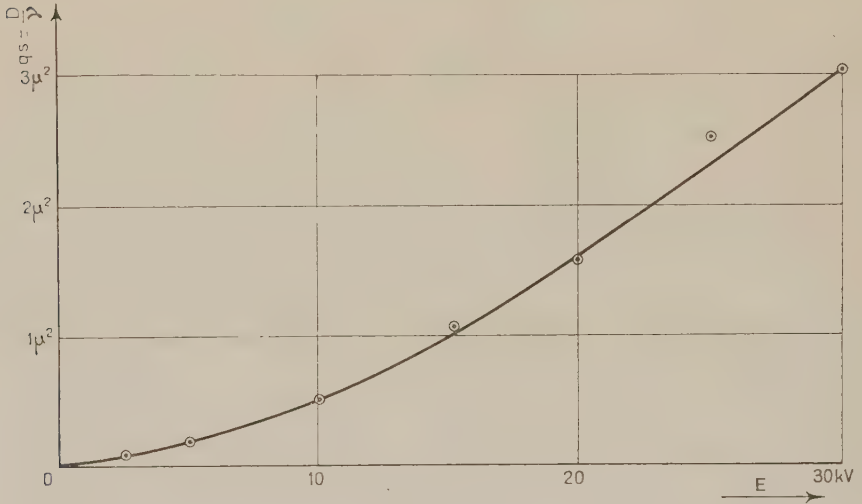


Fig. 6.

34. Valeurs de l'aire projective moyenne s d'un électron. — Nous avons déduit (tableau II) de la pente des caractéristiques la valeur du produit qs dans diverses conditions. Pour des plaques *Maximum Resolution* (M. R.) la notion de trace d'un électron de 25 kV n'a de sens que si la densité est assez faible pour que la deuxième hypothèse du paragraphe 31 soit encore vérifiée.

TABLEAU II.

Type de plaque.....	G_5		C_2		M. R.
Mode de développement...	Énergique	Doux	Énergique	Doux	Énergique
$qs (\mu^2)$	2,6	0,6	0,9	0,2	0,007
g	1,1	1,5	1,4	1,8	2

La théorie du chapitre III permet d'obtenir un ordre de grandeur de q , toujours compris entre 1 et 2.

Les conditions de développement sont celles définies au paragraphe 25.

Nous avons représenté sur la figure 6 les variations de qs , en fonction de l'énergie des électrons pour des plaques G_5 développées énergiquement.

CHAPITRE V.

GRANULARITÉ DE PLAQUES NUCLÉAIRES EXPOSÉES A DES ÉLECTRONS.

35. Paramètres utilisés pour décrire les phénomènes. — Soit $n = \nu S$ l'espérance mathématique du nombre d'électrons tombant sur une surface S de plaque prise dans une zone S_z uniformément exposée.

Les propriétés moyennes de la plaque seront décrites par les paramètres $\bar{T}_0, \bar{D}_0, \bar{T}, D$ définis au paragraphe 32.

Nous appellerons $\Delta T_0, \Delta D_0, \Delta T, \Delta D$ les écarts-types des quantités T_0, D_0, T et D pour une surface S de plaque prise dans S_z .

$\bar{T}_0$ est égal en toute rigueur à l'espérance mathématique de T_0 pour une petite surface S . Mais nous avons montré que les espérances mathématiques en T , en D et en D_0 de T, D et D_0 , dans le cas d'une distribution normale de T_0 , obéissent aux relations

$$(25) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{em D - \bar{D}}{D} \simeq \frac{\Delta D}{2qM}, \\ \frac{em D_0 - \bar{D}_0}{D_0} \simeq \frac{\Delta D_0}{2M}, \\ \frac{em T - \bar{T}}{T} < \frac{\Delta D}{2M}. \end{array} \right.$$

C'est-à-dire que pratiquement $D, \bar{D}_0$ et $\bar{T}$ sont les espérances mathématiques de D, D_0 et T . Expérimentalement nous n'avons jamais pu mettre en évidence les différences $em D - \bar{D}$, ni $em T - \bar{T}$. Dans la suite, nous négligerons ces différences.

Δn étant l'erreur quadratique moyenne commise dans la mesure de n à l'aide d'un cliché, en supposant que la granularité est la seule cause d'erreur, on a pour des plaques nucléaires :

$$(26) \quad \frac{\Delta n}{n} = \frac{\Delta D}{D} \simeq \frac{M \Delta T}{\bar{T} \cdot D} = V.$$

La quantité $V \simeq \frac{\Delta D}{D}$ est donc tout indiquée pour caractériser la granularité de ces plaques.

36. Étude expérimentale. — Nous avons déduit les quantités $\Delta T, \bar{T}$ et $\bar{D}$ de la mesure de la transparence d'un nombre N (200 à 400) de petites surfaces S prises dans une zone de plaque S_z uniformément exposée.

L'erreur relative sur V due à la valeur finie de N , principalement due à l'erreur sur ΔT , est de l'ordre de $\frac{1}{\sqrt{2N}}$, soit 5 % pour $N = 200$.

Nous avons calculé que l'erreur systématique par excès sur ΔT due au fait que S_z n'est pas exactement uniformément exposée n'augmente pas de $1/5^e$ l'erreur précédente si les variations de $\bar{T}$ restent inférieures à $\frac{\Delta T}{2}$. Cette condition s'est toujours trouvée remplie.

L'erreur systématique (par excès) due aux erreurs de mesure de densité était, dans nos expériences, négligeable devant celle due à la valeur finale de N .

Le taux de lumière diffusée par l'ensemble de la zone entourant la surface S de plaque et atteignant l'organe sensible du microphotomètre était dans nos expériences de 5 %. Cette lumière diffusée ne présente pas de fluctuations appréciables d'une surface S à l'autre et il en résulte une sous-estimation de ΔT , et par suite de V , de 5 % que nous avons corrigée.

En conclusion, l'erreur relative sur V était, dans nos expériences, de l'ordre de 5 %.

37. Variations de V avec les caractéristiques du microphotomètre. — Si la formule (20) est encore valable pour de petites surfaces S ,

$$(27) \quad V = \frac{\Delta D}{\bar{D}} = \frac{\Delta D_0}{\bar{D}_0}.$$

En vertu de l'égalité (27), V ne doit pas dépendre des caractéristiques du microphotomètre.

C'est bien ce que nous avons vérifié expérimentalement pour une plaque G_5 en utilisant les combinaisons ($N \sin \alpha = 0,5$; $N' \sin \alpha' = 0,1$) et ($N \sin \alpha = 0,1$; $N' \sin \alpha' = 0,1$).

Le rapport des valeurs de $\bar{D}$ dans les deux cas était de 1,4. Nous avons réalisé cette vérification à 2 % près en prenant pour la mesure de V , avec les deux combinaisons optiques, les mêmes surfaces S .

38. Variations de V avec la surface S . — Avec quelques plaques nous avons mesuré V pour des surfaces S circulaires de divers diamètres $\hat{o}$ (fig. 7). On peut voir que $V\hat{o}$ augmente avec $\hat{o}$ et devient stationnaire quand $\hat{o}$ devient grand devant les dimensions des traces des électrons. Cette condition étant toujours remplie pour $\hat{o} = 16 \mu$ nous avons toujours adopté cette valeur pour les mesures qui seront décrites dans les paragraphes suivants.

39. Variations de V avec la quantité d'électrons reçus par la plaque. — D'après le paragraphe 38, si pour une plaque donnée on fait varier n , en faisant varier S , $V\sqrt{n}$ reste sensiblement constant si S n'est pas trop petit. En faisant varier la densité de rayonnement reçue par la

plaque, S restant constant, nous avons constaté que $V\sqrt{\bar{D}}$ (proportionnel à $V\sqrt{n}$) n'augmentait que très faiblement avec la densité si celle-ci ne dépasse pas 0,5.

TABLEAU III.

Plaque.....	G_5 .				C_2 .	
Développement.....	Énergique.		Doux.		Énergique.	
Énergie des électrons.....	25 kV		25 kV		25 kV	
$\bar{D}$	0,33	0,67	0,125	0,24	0,23	0,47
$V\sqrt{\bar{D}}$	0,068	0,073	0,034	0,033	0,040	0,042

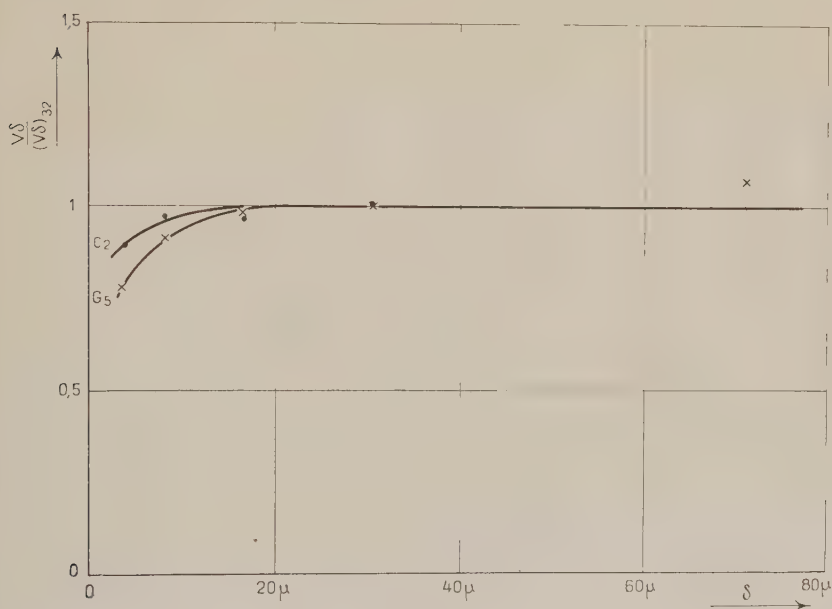


Fig. 7.

Si au contraire la densité dépasse 1, $V\sqrt{n}$ augmente au point que V présente un minimum V_m comme le montre la figure 8 [$\bar{D}_0$ est proportionnel à n d'après la formule (24)].

40. **Variations de $V\sqrt{n}$ avec le développement, le type de plaque et l'énergie des électrons.** — Les mesures précédentes n'impliquaient que des mesures relatives de n , le tableau IV fait appel à des mesures

absolues de n , moins précises que les précédentes, si l'on veut comparer les résultats obtenus avec des cathodes différentes.

TABLEAU IV.

Valeurs de $V\sqrt{n}$ pour des électrons de 25 kV (densité faible).

Plaque.	Développement.	Cathode n°				
		30.	41.	47.	48.	50.
G ₅	Énergique	1,31	(0,71)	1,19	1,26	1,34
	Doux	—	—	1,12	1,07	0,99
C ₂	Énergique	1,22	—	—	—	—

On peut considérer que, pour des électrons de 25 kV, $V\sqrt{n}$ reste très voisin de 1. En particulier, pour un développement doux, $V\sqrt{n}$ est égal à 1, aux erreurs d'expérience près.

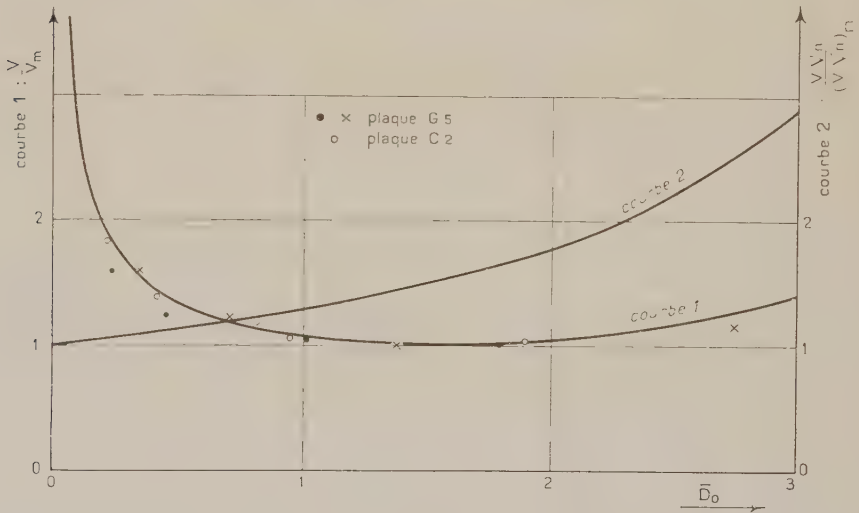


Fig. 8.

Sur la figure 9 nous avons représenté les variations de $V\sqrt{n}$, toujours pour une densité faible, avec l'énergie des électrons pour un développement énergétique et des plaques G₅ : $V\sqrt{n}$ décroît avec l'énergie des électrons et devient stationnaire quand l'énergie des électrons dépasse 15 kV.

41. Influence du voile sur la granularité. — Dans les expériences décrites plus haut le voile était à peine mesurable, il est donc raisonnable de penser que son influence était négligeable. Pour nous en assurer, nous

avons augmenté la température de développement d'une plaque (24°) de façon à faire monter un voile de densité 0,1. En mesurant les fluctuations de transparence dans une zone non exposée nous avons constaté que même dans ce cas extrême la contribution des fluctuations du voile aux fluctuations de la transparence d'une zone de densité 0,3 au-dessus du voile était négligeable.

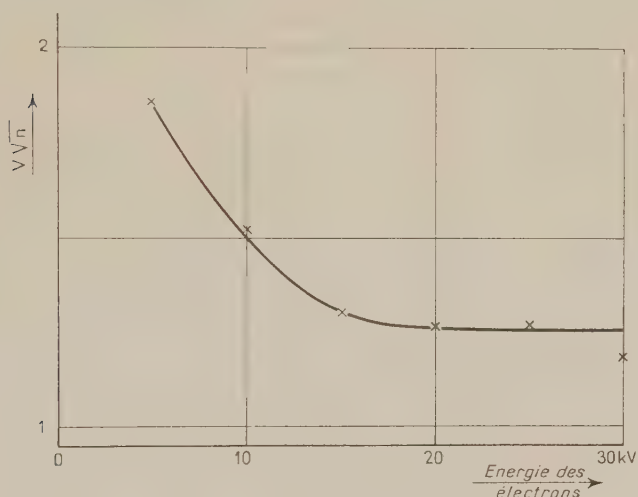


Fig. 9.

42. Théorie. — La théorie du chapitre III et les expériences du paragraphe 37 s'accordent à montrer que

$$(28) \quad V = \frac{\Delta D_0}{D_0} \simeq \frac{M \Delta T_0}{T_0 D_0}.$$

ΔT_0 peut être déduit de la formule

$$(29) \quad (\Delta T_0)^2 = \overline{T_0^2} - (\overline{T_0})^2,$$

$\overline{T_0^2}$ étant l'espérance mathématique de T_0^2 .

Nous avons montré avec le modèle de plaque du chapitre III que

$$(30) \quad V^2 = \frac{M^2}{S^2 D_0^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\frac{G(\rho)}{G^2(0)} - 1 \right] \\ \times \psi(x_1, y_1) \psi(x_2, y_2) dx_1 dy_1 dx_2 dy_2,$$

avec

$$\rho^2 = (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2.$$

Cette formule se simplifie si les dimensions de S sont grandes devant

celles du domaine où une particule contribue à produire de l'argent en

$$(31) \quad V^2 = \frac{M^2}{S \bar{D}_0^2} \int_0^\infty \left[\frac{G(\rho)}{G^2(0)} - 1 \right] 2\pi\rho d\rho.$$

Nous avons pu calculer $G(\rho)$ avec le processus de noircissement décrit au chapitre IV, en utilisant la même traduction mathématique. Nous avons effectué le calcul comme s'il n'y avait pas de voile. Cette approximation est légitimée par le paragraphe 41,

$$(32) \quad G(\rho) = \prod_{i=1}^{vS_\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\psi_\infty(\xi_i, \eta_i)}{S_z} \\ \times [1 - \varphi_i(x_1 + \xi_i, y_1 + \eta_i)] [1 - \varphi_i(x_2 + \xi_i, y_2 + \eta_i)] d\xi_i d\eta_i,$$

$$(33) \quad G(\rho) = \exp \left[\frac{n\sigma(\rho)}{S} - \frac{2ns}{S} \right],$$

$\sigma(\rho)$ étant la moyenne arithmétique, pour un grand nombre d'électrons, de $\sigma_i(\rho)$, aire projective commune à la trace de l'électron i et à cette trace ayant subi une translation de ρ (fig. 10).



Fig. 10.

Si l'on pose $\alpha(\rho) = \frac{\sigma(\rho)}{s}$ la formule (33) donne la formule (13).

Les propriétés de la fonction $\alpha(\rho)$ énoncées au paragraphe 20 résultent immédiatement de la définition de $\sigma(\rho)$.

Dans le cas où $\bar{D}_0 = \frac{ns}{S}$ est assez petit pour que l'exponentielle de l'expression (33) puisse être assimilée aux deux premiers termes de son développement en série, la combinaison des équations (30) et (32) donne

$$(34) \quad V^2 = \frac{1}{nSs^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tau_i^2(\xi_i, \eta_i) d\xi_i d\eta_i,$$

τ_i (aire hachurée sur la figure 11) étant l'aire commune à la trace de l'électron i et à la surface S quand le point d'impact de l'électron a pour coordonnées ξ_i et η_i , et l'intégrale surmontée d'un trait représentant la moyenne de cette intégrale pour un grand nombre d'électrons.

Dans le cas où les traces d'électrons peuvent être assimilées à des cercles de même diamètre δ' et où la surface S est un cercle de diamètre supérieur à δ' ou une fente longue de largeur supérieure à δ' , nous avons déduit de (34) :

$$(35) \quad V^2 = \frac{1 - 0,288 L \frac{\delta'}{S}}{n},$$

L étant le périmètre de la surface S .

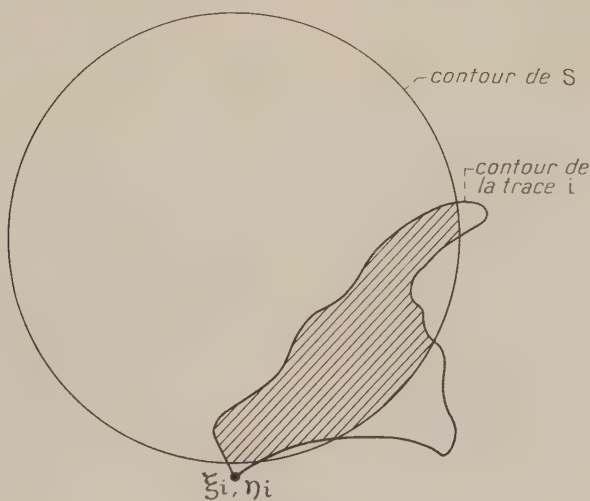


Fig. 11.

Dans le cas où les dimensions des traces d'électrons sont petites devant les dimensions de S nous avons déduit de la formule (34)

$$(36) \quad \left[V^2 = \frac{1}{n} \frac{\overline{s_i^2}}{s^2}, \right]$$

$\overline{s_i^2}$ désignant l'espérance mathématique du carré de l'aire projective de la trace d'un électron.

Comparaison de l'expérience et de la théorie.

43. **Variations de V avec la surface S .** — Pour des surfaces S circu-

lares de diamètre δ la formule (36) peut s'écrire

$$(37) \quad V^2 = \left[1 - 0,576 \frac{\delta'}{\delta} \right] \frac{4}{\pi \delta^2 \gamma}.$$

Cette formule est en accord qualitatif avec les résultats expérimentaux du paragraphe 38. Les valeurs de δ' qu'il faut adopter pour adapter la formule (38) aux résultats expérimentaux sont $\delta = 2,6 \mu$ pour les plaques G_5 exposées à des électrons de 25 kV et développées énergiquement, $\delta' = 0,8 \mu$ pour des plaques C_2 , dans les mêmes conditions. Ces valeurs sont légèrement supérieures aux valeurs déduites de l'examen direct des traces (fig. 5). Ce fait peut être expliqué par la diffraction : la surface S de plaque n'est pas exactement conjuguée du diaphragme de champ du densitomètre.

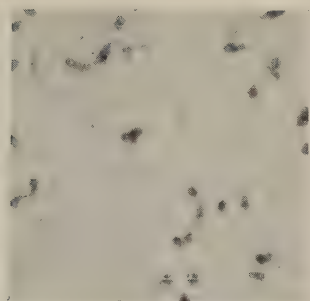
44. Variation de V avec le nombre d'électrons reçus par la plaque. — Nous avons mesuré les fonctions $\alpha(\rho)$ et $\sigma(\rho)$ pour des plaques G_5 exposées à des électrons de 25 kV et développées énergiquement. Nous avons réalisé deux négatifs identiques (+ 10 000) très durs, de quelques traces. En superposant les deux agrandissements puis en faisant subir à l'un d'eux une translation de 10 000 ρ , la lumière traversant les deux agrandissements était proportionnelle à $\sigma_i(\rho)$. Nous avons recommencé l'opération avec une zone de plaque de très faible densité, assez étendue, pour vérifier que la sélection des traces ne causait pas d'erreur systématique. Les résultats des deux méthodes sont représentés sur la figure 12.

A l'aide des formules (31) et (33) et de cette détermination de $\alpha(\rho)$ nous avons pu calculer les variations de V avec le nombre d'électrons reçus par la plaque.

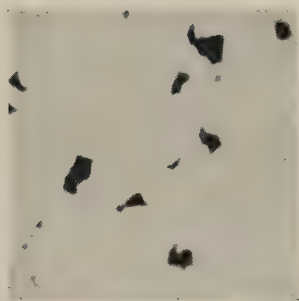
Nous avons trouvé que V a un minimum V_m pour $\overline{D}_0$ compris entre 1 et 2. Nous avons représenté sur la figure 9 (courbe 1) les variations de $\frac{V_m}{V}$ avec $\overline{D}_0$ (proportionnel à n), que nous avons ainsi calculées. On peut considérer l'accord entre les points expérimentaux (§ 39) et cette courbe, comme satisfaisant.

Nous avons calculé aussi que $V\sqrt{n}$ avait un minimum $(V\sqrt{n})_m$ pour $\overline{D}_0 = 0$ et nous avons représenté les variations de $\frac{V\sqrt{n}}{(V\sqrt{n})_m}$ sur la courbe 2, de la figure 9. On peut voir que $V\sqrt{n}$ n'augmente que très faiblement au voisinage de $\overline{D}_0 = 0$, ce qui est en accord avec les résultats expérimentaux (§ 39, tableau III).

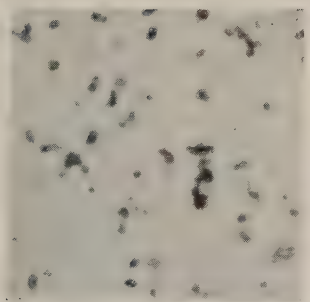
45. Variation de V avec le degré de développement, le type de plaque et l'énergie des électrons. — Pour des électrons de 25 kV



1



2



3



4

Planche I. — Micrographies de plaques exposées à des électrons ($\times 2\,200$).

- | | |
|---|---|
| <p>(1) { Plaque G₅;
Électrons de 25 kV;
Développement doux.</p> | <p>(2) { Plaque G₅;
Électrons de 25 kV;
Développement énergétique.</p> |
| <p>(3) { Plaque C₂;
Électrons de 25 kV;
Développement énergétique.</p> | <p>(4) { Plaque G₅;
Électrons de 10 kV;
Développement énergétique.</p> |

le nombre moyen de grains de bromure d'argent rendus développables par un électron est assez grand pour que toutes les traces d'électrons aient sensiblement même aire, on doit donc avoir $\overline{s_i^2} \simeq s^2$ et d'après la formule (36) $V \sqrt{\bar{n}} \sim 1$. C'est bien ce que nous avons constaté par l'expérience (§ 40, tableau IV).

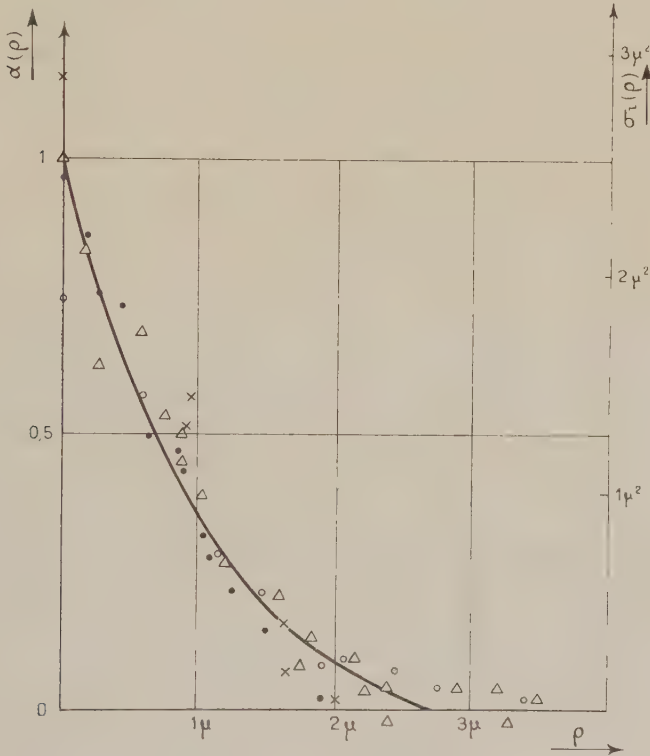


Fig. 12.

Si l'énergie des électrons diminue, le nombre moyen de grains de bromure d'argent rendus développables par un électron décroît et, du fait des fluctuations de celui-ci, $\frac{\overline{s_i^2}}{s^2}$ augmente; V doit donc augmenter quand l'énergie des électrons diminue d'après la formule (36). L'expérience (§ 40, courbe 9) est en accord avec ce résultat.

46. Rendement quantique équivalent d'une plaque nucléaire pour des électrons. — Si la granularité est la seule cause d'erreur dans la mesure des flux d'électrons, ce rendement quantique ε' équivalent

est égal à $\frac{1}{V^2 n}$. (Si les traces d'électrons n'ont pas des dimensions petites devant celle de S, la condition n'est pas remplie et l'on peut avoir $\varepsilon' < \frac{1}{V^2 n}$).

D'après la courbe 2 de la figure 8, dans ces conditions, ε' diminue quand la densité augmente et il y aurait intérêt à développer au minimum. En pratique si la densité est trop faible, les erreurs dans la mesure de celle-ci introduisent une erreur sur n qui décroît quand la densité augmente. Pour une exposition donnée il y a donc un développement optimum. Comme ε' ne décroît que lentement si $\bar{D} < 0,4$, le développement optimum doit donner une densité de l'ordre de 0,4.

D'après les résultats de ce chapitre, ε' est très voisin de 1 :

- 1° si l'énergie des électrons est supérieure à 15 kV;
- 2° si la densité ne dépasse pas 0,4.

Ces résultats ont été vérifiés expérimentalement dans le seul cas où $V = \frac{\Delta n}{n} 0,05$. Ils ont été établis théoriquement en supposant que tous les points de la plaque ont avant l'exposition les mêmes propriétés.

Il semble difficile, *a priori*, que V puisse devenir inférieur à 0,01.

D'après la courbe 1 de la figure 8, pour un degré de développement donné, il y a intérêt à arrêter l'exposition (V minimum) quand la densité atteint une valeur de l'ordre de 2. ε' est alors nettement inférieur à 1.

47. Généralisation des formules précédentes. — Un photon n'agissant jamais que sur un centre de sensibilité, les probabilités pour que deux centres de sensibilité d'une plaque exposée à la lumière donnent des germes de développement sont indépendantes et tous les raisonnements précédents sont valables si l'on remplace la notion de trace d'un électron par celle de grain d'argent développé.

Certaines formules [en particulier (30) et (31)] ne supposant aucun processus de noircissement particulier peuvent être appliquées sans modification, quelle que soit la nature du rayonnement auquel ont été exposées les plaques.

48. Granularité et effet Callier. — Les formules (10) et (30) montrent que la granularité et l'effet Callier sont déterminés par la même fonction $G(\rho)$. Mais $G(\rho)$ intervient avec un poids supérieur pour les faibles valeurs de ρ dans l'effet Callier et pour les grandes valeurs de ρ dans la granularité. Si la fonction $G(\rho)$ ne dépendait que d'un paramètre, il y aurait une relation bien définie entre la granularité et l'effet Callier.

Pour des plaques exposées à la lumière, Eggert et Küster [44] ont pu établir une relation empirique entre le coefficient de Callier et le diamètre moyen des grains d'argent développés. Mais cette relation n'est qu'une

première approximation qui n'est plus applicable sans précautions à des plaques exposées à des électrons.

Dans ce dernier cas l'effet Callier fournira des renseignements sur les dimensions des grains d'argent ou des traces d'électrons, suivant que les grains d'argent produits par un électron sont éloignés les uns des autres ou forment une masse compacte.

DEUXIÈME PARTIE.

ÉTUDE DES CAUSES D'ERREURS, DANS LA MESURE DES FLUX LUMINEUX, A L'AIDE DE LA PHOTOGRAPHIE ÉLECTRONIQUE.

49. **Généralités.** — Avec la caméra électronique la mesure de l'espérance mathématique n_0 du nombre de photons reçus par une surface S_0 de cathode s'effectue en estimant l'espérance mathématique n du nombre d'électrons reçus par la surface conjuguée S de plaque.

On peut commettre des erreurs en raison d'une corrélation entre la mesure de n_0 et les flux reçus par des surfaces voisines de S_0 . On peut avec Fracastoro [45] qualifier ces erreurs de géométriques.

Avec la caméra électronique, elles proviennent des aberrations optiques, des aberrations de l'optique électronique, des dimensions finies des traces des électrons, d'effets divers dus au développement de la plaque (effet Eberhard), des imperfections du microphotomètre utilisé pour la mesure des clichés. Les erreurs géométriques avec la caméra électronique sont pratiquement négligeables quand les dimensions de S_0 ne sont pas très petites (supérieures à 10 ou 20 μ).

Dans cette hypothèse on peut écrire

$$(38) \quad n = n_0 \chi + n',$$

χ étant le rendement quantique de la surface S_0 de cathode, n' étant le nombre d'électrons spontanément émis par la surface S_0 .

On a vu (§ 46) que n pouvait être mesuré avec une erreur relative $\frac{\Delta n}{n} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon' n}}$, telle que ϵ' soit très voisin de 1.

n' peut être mesuré en effectuant une pose assez longue, avec la cathode maintenue à l'obscurité. Mais en pratique avec les cathodes fabriquées par Duchesne, n' est négligeable, on peut donc écrire

$$(39) \quad \boxed{n = n_0 \chi.}$$

L'estimation de n_0 peut donc être faite si l'on connaît n et χ .

En supposant χ connu exactement : le rendement quantique équivalent de la caméra électronique est le produit du rendement quantique équivalent ε' de la plaque pour des électrons utilisés par le rendement quantique χ de la cathode.

50. Intérêt des plaques nucléaires pour la caméra électronique.

— Elles ont deux avantages majeurs :

- 1° la linéarité de la caractéristique;
- 2° la valeur voisine de 1 du rendement quantique équivalent ε' de ces plaques pour des électrons, dans les conditions précisées plus haut (§ 46).

Ces propriétés sont liées d'après les théories des chapitres IV et V à la richesse de l'émulsion en bromure d'argent qui fait que chaque point de l'émulsion est intéressé par un très grand nombre de centres de sensibilités.

Dans ces conditions on peut écrire :

Le rendement quantique équivalent de la caméra électronique est voisin du rendement quantique de la cathode.

51. Calibration de la cathode. — Le rendement quantique χ de la cathode dépend de la surface S_0 de cathode utilisée et de la composition spectrale de la lumière.

La calibration de la cathode peut être effectuée en même temps que la calibration de la plaque, en principe avec un seul cliché, grâce à la linéarité des caractéristiques des plaques nucléaires :

Soit à mesurer un spectre stellaire, on peut projeter sur la fente du spectrographe l'image d'une source dont le spectre est connu (une étoile brillante par exemple). Si la cathode est fixe par rapport au spectrographe, on étalonnera ainsi plaque et cathode avec une lumière de composition spectrale strictement constante pour chaque point de la cathode.

Les plaques exposées à des électrons obéissant à la loi de réciprocité, on peut effectuer cette calibration avec une source intense et un temps de pose court.

Comparaison de la photographie électronique et de la photographie classique.

La photographie électronique présente par rapport à la photographie classique deux avantages considérables.

52. Calibration des plaques. — Pour effectuer une spectrophotométrie précise en photographie classique il faut déterminer pour chaque

longueur d'onde (une vingtaine dans les travaux de Chalonge [46]) la caractéristique complète de la plaque utilisée dans des conditions de temps de pose et de traitement chimique identiques à celles utilisées pour obtenir le cliché du spectre à étudier. En photographie électronique la calibration de la cathode fournit en même temps la calibration de la plaque, en principe en une seule pose, qui peut être très courte.

53. Sensibilité aux faibles flux lumineux. — Le rendement quantique équivalent de la photographie classique est d'après Baum [35] de l'ordre de 0,001. D'après le paragraphe 50 celui de la photographie électronique peut être rendu pratiquement égal au rendement quantique γ de la cathode. Avec une cathode moyenne de Cs, Sb peut être rendu au moins égal à 0,1 dans une assez large bande spectrale et l'on espère élargir cette bande avec des cathodes de Cs-Sb-Na-K.

On peut considérer que, actuellement, *la photographie électronique représente un gain de l'ordre de 100 par rapport à la photographie classique.*

Ce gain peut être utilisé en Astronomie :

Soit en photographiant des objets 100 fois moins lumineux;

soit en posant 100 fois moins longtemps;

soit en utilisant un télescope de diamètre 10 fois plus petit.

L'équipe de Lallemand [8] est déjà parvenue à des résultats spectaculaires en obtenant en 2 mn par photographie électronique le spectre de la nébuleuse d'Orion que Dufay [47], par photographie classique, avait réalisé en 12 h.

TROISIÈME PARTIE.

POSSIBILITÉS DE LA CAMÉRA ÉLECTRONIQUE DANS LA PHOTOMÉTRIE ET LA DÉTECTION DES ÉTOILES FAIBLES.

54. Généralités et notations. — Du fait de la luminosité du ciel nocturne et de la turbulence atmosphérique, une étoile faible se manifeste au plan focal d'un télescope par une petite surface un peu plus éclairée que l'ensemble du champ. Baum [35] a calculé la magnitude limite que permettait d'atteindre la photographie classique en supposant que la lumière provenant d'une étoile se répartissait uniformément sur un cercle. Nous nous proposons ici de reprendre son calcul avec des hypothèses plus proches de la réalité, de préciser le sens de magnitude limite et de l'appliquer à la photographie électronique.

Nous appellerons :

ε , le rendement quantique équivalent du récepteur utilisé;

- θ , le temps de pose (exprimé en minutes);
 $\emptyset$, le diamètre du télescope (exprimé en mètres);
 F , la distance focale du télescope (exprimée en mètres);
 t , le diamètre angulaire sous lequel on voit du foyer du télescope, le cercle ayant pour centre l'image géométrique d'une étoile et recevant la moitié de la lumière que cette étoile envoie sur le télescope;
 $f(r)$, une fonction telle qu'un photon provenant d'une étoile a une probabilité $f(r) \times S_0$ de tomber sur une petite surface S_0 située à la distance r de l'image géométrique de l'étoile;
 m_0 , la magnitude de l'étoile qui envoie autant de photons qu'une seconde d'arc carrée de fond de ciel;
 AS_0 , l'espérance mathématique du nombre de photons envoyés par le fond du ciel sur la surface S_0 de plan focal pendant la pose;
 N , l'espérance mathématique du nombre de photons envoyés sur le plan focal du télescope pendant la durée de la pose.

D'après un résultat numérique de Baum [35] pour une étoile de magnitude m :

$$(40) \quad N = 10^6 \cdot 10^{0,4(22,2-m)} \frac{\emptyset^2}{25} \frac{\theta}{30}.$$

L'estimation de la magnitude m se ramène à celle de N .

Dans le cas où le récepteur est une caméra électronique nous désignerons par :

- χ , le rendement quantique de la cathode;
 G , le grandissement de l'optique électronique;
 s , l'aire projective moyenne de la trace d'un électron exprimée en microns carrés.

55. Estimation de la magnitude. — Avec un récepteur de rendement quantique équivalent donné ε , on ne peut faire mieux que de diviser la région du plan focal entourant l'image de l'étoile en petites surfaces S_0 , de mesurer pour chaque surface S_0 le nombre de photons reçus, d'en tirer une estimation de N indépendante et de pondérer toutes ces estimations pour obtenir un estimateur N' . N' sera l'estimateur exhaustif qu'on peut tirer du récepteur.

L'erreur quadratique moyenne $\Delta N'$ commise sur N avec cet estimateur est donnée par la formule

$$(41) \quad \frac{1}{(\Delta N')^2} = \int_0^\infty \frac{\varepsilon}{\Lambda} f^2(r) 2\pi r dr.$$

L'utilisation de l'estimateur exhaustif est souvent difficile. Il est alors préférable de mesurer le nombre de photons reçus par un cercle centré sur l'image de l'étoile. Soit R le rayon du cercle choisi, on obtient ainsi

un estimateur N'' , et l'erreur quadratique moyenne $\Delta N''$ commise sur N en utilisant cet estimateur est donnée par la formule

$$(42) \quad \frac{1}{(\Delta N'')^2} = \frac{\varepsilon \left[\int_0^R f(r) 2\pi r dr \right]^2}{A \pi R^2}.$$

Si

$$(43) \quad f(r) = \frac{1}{2\pi r_0^2} \exp - \frac{r^2}{2r_0^2}.$$

La moitié du flux provenant de l'étoile est reçue par un cercle de rayon $1,18 r_0$.

$\Delta N''$ est minimum pour $R = 1,58 r_0$. On a alors $\left(\frac{\Delta N'}{\Delta N''}\right)^2 = 0,83$ et 72 % de la lumière envoyée par l'étoile sur le télescope tombent dans le cercle de rayon R .

Détection des étoiles très faibles.

56. Critérium pour l'existence d'une étoile. — Soit à détecter les étoiles de magnitude inférieure à une magnitude limite m_l . On doit préciser une magnitude limite, sinon on pourrait affirmer sans crainte d'erreur qu'une image d'étoile se trouve au voisinage de chaque point du plan focal.

On cherchera l'estimateur N'' pour N , dans l'hypothèse où une étoile a son image géométrique en chaque point P du plan focal.

Soit k une constante dépendant du degré de certitude désiré.

Si $N'' > k \Delta N''$, on décidera qu'une étoile a son image géométrique en P ou au voisinage de P .

Si $N'' < k \Delta N''$, on décidera qu'aucune étoile n'a son image géométrique en P .

Par convention on décidera que la magnitude limite est celle de l'étoile telle que $N = k \Delta N''$.

Si N'' obéit à une loi symétrique par rapport à N la magnitude limite est celle de l'étoile qui a une probabilité 0,5 d'être détectée.

57. Erreurs de première espèce. — Une première espèce d'erreurs peut être commise en décidant qu'il y a une étoile là où il n'y a en a pas.

Nous n'avons pas considéré ici les erreurs de position et nous avons considéré qu'il n'y avait pas d'erreurs quand le critérium était positif pour un point du ciel situé à une distance d'une étoile réelle inférieure à l .

Soit p_1 le nombre d'étoiles fausses trouvées pour une étoile juste et p_0 le nombre d'étoiles par seconde d'arc carrée. En supposant que N'' obéit

à une loi normale, nous avons trouvé

$$(44) \quad p_1 = \frac{1}{p_0 \pi \sqrt{\pi}} \int_k^{\infty} \exp - \frac{x^2}{2} dx.$$

Dans une région du ciel où $p_0 = 0,001$, nous avons trouvé, avec une turbulence moyenne de $1''$, pour $k = 3$: $p_1 = 1,5$, valeur inacceptable.

Pour $k = 5$

$$p_1 = 3,7 \cdot 10^{-4}.$$

58. Erreurs de deuxième espèce. — Une deuxième espèce d'erreurs peut être commise en décidant qu'il n'y a pas d'étoile là où il y en a une. La proportion d'étoile manquée décroît avec la magnitude m .

Cette proportion p_2 décroît quand $m_l - m$ augmente et quand k augmente. En supposant une loi normale, nous avons trouvé, pour $k = 5$,

Pour $m_l - m = 0$:

$$p_2 = 0,5;$$

Pour $m_l - m = 0,25$:

$$p_2 = 0,10;$$

Pour $m_l - m = 0,5$:

$$p_2 = 2 \cdot 10^{-3}.$$

59. Magnitudes limites atteintes avec la caméra électronique.

— En admettant que la formule (43) est valable, nous trouvons

$$(45) \quad m_l = 12,7 + 0,5 m_0 + 1,25 \log \varepsilon + 2,5 \log \theta + 1,25 \log \theta - 2,5 \log t.$$

Le contraste qu'on doit détecter dans le plan focal est

$$(46) \quad C = 10^{0,4(m_0 - m_l)} \frac{0,70}{t^2}.$$

La densité atteinte est, avec la caméra électronique

$$(47) \quad \bar{D}_0 = 70 \chi \frac{\theta^2}{F^2} \theta G^2 s \cdot 10^{0,4(22,2 - m_0)}.$$

60. Valeur du paramètre t . — La formule (45) montre qu'avec la caméra électronique, le paramètre t a une grosse importance. Pour un télescope de plus de quelques décimètres de diamètre, t dépend principalement de la turbulence de l'atmosphère au voisinage du télescope et dans le télescope.

Le facteur t intervient dans toutes les observations astronomiques, c'est pourquoi les astronomes se sont toujours efforcés de le diminuer.

On a essayé de diminuer la composante due à la turbulence dans le télescope lui-même en égalisant les températures dans le tube du télé-

scope. A. Couder utilise une circulation d'air pour le télescope de 1,93 m de Saint-Michel de Haute-Provence. Rösch préconise un tube fermé rempli d'un gaz bon conducteur de la chaleur. Rösch [48] a prévu, en outre, un tube dépassant de l'ouverture de la coupole, pour éliminer l'influence des tourbillons qui se forment au voisinage de celle-ci.

La composante de t due à la turbulence de l'atmosphère elle-même dépend beaucoup du lieu et du temps. On ne peut agir sur elle que par un choix judicieux du lieu de l'observatoire (Danjon et Couder [49], chap. 5).

t peut varier depuis 0",3 par atmosphère très calme jusqu'à 3" par atmosphère très troublée.

61. Applications. — Le rendement quantique équivalent des plaques nucléaires pour des électrons est voisin de 1 (§ 46) :

1° Si le contraste C à détecter n'est pas trop petit, disons pour fixer les idées : $C > 0,01$.

2° Si la densité $\bar{D}_0$ est de l'ordre de 0,4 et l'énergie des électrons supérieure à 15 kV.

Le rendement quantique équivalent ε de la caméra électronique comme récepteur de lumière est alors voisin de χ c'est-à-dire de l'ordre de 0,1.

Nous avons indiqué dans le tableau V les valeurs de m_l trouvées dans des conditions atmosphériques moyennes ($m_0 = 22,2$, $t = 1''$) pour quelques valeurs de $\emptyset$ et θ .

TABLEAU V.

Valeurs de m_l ($m_0 = 22,2$, $t = 1''$)

θ .	$\emptyset$	5 m.	2 m.	1,2 m.
15 mn.....		25,6	24,6	24,1
1 h.....		26,4	25,4	24,9
4 h.....		(27,2)	26,4	25,7

Si les conditions atmosphériques sont différentes de la moyenne, il faut faire subir aux valeurs du tableau V une correction indiquée au tableau VI.

TABLEAU VI.

Correction pour conditions atmosphériques différentes de la moyenne.

m_0 .	t	2".	1".	0",5.	0",25.
21,7.....	— 1	— 0,25	+ 0,5	+ 1,25	
22,2.....	— 0,75	0	+ 0,75	+ 1,5	
22,7.....	— 0,5	+ 0,25	+ 1	+ 1,75	

Les valeurs calculées à l'aide de la formule (45) ou des tableaux V et VI

ne sont les magnitudes limites que si le contraste C à détecter n'est pas inférieur à $0,01$, c'est-à-dire si elles sont inférieures à la magnitude m'_l pour laquelle C est de $0,01$. M ne dépend que des conditions atmosphériques. Nous indiquons dans le tableau VII quelques valeurs de m :

TABLEAU VII.

Valeurs de m'_l .

m_0 .	t	$2''$.	$1''$.	$0'',5$.	$0'',25$.
21,7.....		24,8	26,3	27,8	29,3
22,2.....		25,3	26,8	28,3	29,8
22,7.....		25,8	27,3	28,8	31,3

Les tableaux V, VI et VII montrent que les conditions météorologiques, sur lesquelles on peut agir par le choix de l'emplacement de l'observatoire, jouent un rôle aussi important que le diamètre du télescope.

62. Choix des conditions expérimentales. — Pour obtenir une densité $\bar{D}_0 = 0,4$ on peut agir sur l'ouverture $\frac{\emptyset}{F}$ du télescope, sur le grandissement G de la caméra électronique ou sur les facteurs déterminants s (développement, type de plaque, tension de fonctionnement de la caméra). Nous indiquons dans le tableau VIII les valeurs de s à choisir calculées d'après la formule (47) :

TABLEAU VIII.

Valeurs de s (en μ^2).

$\emptyset$.	$\frac{G\emptyset}{F}$	$\frac{1}{3}$.	$\frac{1}{10}$.	$\frac{1}{30}$.
15 mm.....		0,04	0,4	4
14.....		0,01	0,1	1
44.....		0,0025	0,025	0,25

Nous avons indiqué au paragraphe 34 quelques valeurs de s obtenues. Les valeurs indiquées au paragraphe 34 ne constituent pas une énumération exhaustive des possibilités. Cependant comme il y a intérêt à utiliser des plaques nucléaires et ceci dans des conditions de développement moyennes, il semble qu'il y ait intérêt à prendre $\frac{G\emptyset}{F}$ de l'ordre de $\frac{1}{30}$. Pour un télescope d'ouverture $\frac{\emptyset}{F} = \frac{1}{5}$, ceci conduirait à un grandissement $G = \frac{1}{6}$.

63. Distance des objets détectés. — Actuellement on admet que les novæ ont une magnitude absolue de l'ordre de -7 et les galaxies les plus brillantes de l'ordre de -20 .

D'après les tableaux précédents on doit pouvoir, facilement par atmosphère calme, détecter, sur le fond du ciel, les novæ jusqu'à un module brut de distance de 33 et les galaxies jusqu'à un module brut de distance de 46.

Un module réel de distance de 33 représente une distance de l'ordre de 10^8 années de lumière. Toutefois, à cette distance, les novæ sont situées dans des galaxies et apparaissent sur un fond plus lumineux que le fond du ciel.

Un module réel de distance de 46 représenterait une distance d'environ $5 \cdot 10^{10}$ années de lumière, supérieure au rayon de l'Univers d'après la théorie de Lemaitre [50]. Les corrections à apporter au module brut de distance (Becquerel et Coudere [51]) sont alors telles que ce chiffre ne peut être considéré que comme une limite supérieure.

Associée à un spectrographe la caméra électronique permettra, en outre, d'augmenter la distance maximum des galaxies dont on peut obtenir le spectre; on peut donc espérer grâce à elle des éléments nouveaux capitaux pour résoudre le problème de la courbure de l'espace.

RÉSUMÉ DES PRINCIPAUX RÉSULTATS OBTENUS.

1° Nous avons fait une étude expérimentale de l'effet Callier pour des plaques exposées à des électrons.

2° Nous avons établi une théorie générale de l'effet Callier et nous avons confronté ces résultats avec ceux des expériences précédentes.

3° Nous avons déterminé expérimentalement, dans les conditions exactes où les utilise la caméra électronique, les caractéristiques des émulsions nucléaires exposées à des électrons. Nous avons montré, en particulier, que la caractéristique est linéaire jusqu'aux plus fortes densités pour des électrons de 25 kV, ce qui permet de calibrer les plaques d'une façon très simple.

4° Nous avons montré que pour des plaques nucléaires la linéarité des caractéristiques pouvait être expliquée par un processus de noircissement simple et vraisemblable.

5° Nous avons étudié expérimentalement l'écart quadratique moyen relatif V de la densité de petites surfaces S de plaques prises dans une zone uniformément exposée. Nous avons montré que le principal paramètre est l'espérance mathématique n du nombre d'électrons reçus par la surface considérée, la quantité $V \sqrt{n}$ restant voisine de 1 dans des conditions que nous avons précisées.

Nous avons montré que dans ces mêmes conditions le rendement quantique équivalent de la plaque nucléaire pour des électrons est très voisin de 1.

6° Nous avons coordonné par une théorie les différents faits expérimentaux rencontrés dans l'étude expérimentale des fluctuations de densité.

7° Nous avons montré que le rendement quantique équivalent de la photographie électronique pouvait être très voisin du rendement quantique de la cathode, ce qui permet actuellement un gain de sensibilité de l'ordre de 100 par rapport à la photographie classique.

8° Nous avons précisé le sens qu'il faut attribuer à l'expression magnitude limite des étoiles détectables avec un récepteur et nous avons calculé cette magnitude limite quand ce récepteur est une caméra électronique.

REMERCIEMENTS.

Ce travail a été effectué au Laboratoire de Physique astronomique de l'Observatoire de Paris, grâce à une allocation du Centre National de la Recherche Scientifique.

J'exprime toute ma gratitude à M. Danjon, Directeur de l'Observatoire, Membre de l'Institut, pour le soutien bienveillant qu'il m'a toujours donné.

Je remercie M. Lallemand, Astronome titulaire. Il m'a fourni un appui constant et des conseils précieux. Je lui dois toute ma formation.

Je remercie M. Rocard, Directeur du Laboratoire de Physique de l'Ecole Normale Supérieure et Directeur du Groupe des Etudes et Recherches scientifiques de la D. C. C. A. N. et M. le Capitaine de Frégate Munsch, pour l'aide morale et matérielle qu'ils m'ont apportée.

Je remercie MM. Maréchal et Rouault, Professeurs à la Sorbonne pour leurs avis autorisés.

Je remercie MM. Brosset, Professeur à la Sorbonne, Duchesne, Maître de Recherches au C. N. R. S. et Wlérick, Astronome à l'Observatoire de Meudon, pour l'intérêt actif qu'ils ont toujours porté à ce travail.

Je remercie tout le personnel du Laboratoire et de l'Observatoire de Paris sans qui ce travail n'aurait pu être fait.

Je remercie enfin M. René Brisse, Astronome à l'Observatoire de Paris, secrétaire de la rédaction du Bulletin Astronomique et la maison Gauthier-Villars, pour l'excellente qualité du travail d'impression.

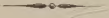
BIBLIOGRAPHIE.

- [1] LALLEMAND, *C. R. Acad. Sc.*, t. 203, 1936, p. 243 et 990.
- [2] LALLEMAND, *L'Astronomie*, t. 51, 1937, p. 300.
- [3] LALLEMAND, *Trans. U. A. I.*, vol. IX, 1955, p. 673.
- [4] LALLEMAND et DUCHESNE, *C. R. Acad. Sc.*, t. 233, 1951, p. 305.
- [5] LALLEMAND et DUCHESNE, *C. R. Acad. Sc.*, t. 238, 1954, p. 335.

- [6] LALLEMAND et DUCHESNE, *C. R. Acad. Sc.*, t. 240, 1955, p. 1329.
- [7] LALLEMAND et DUCHESNE, *C. R. Acad. Sc.*, t. 242, 1956, p. 2624.
- [8] LALLEMAND, DUCHESNE, FEHRENBACH, WLÉRIK et M^{lles} CHOPINET et AUGARDE, *C. R. Acad. Sc.*, t. 246, 1958, p. 2342.
- [9] MOTT et MITCHELL, *Phil. Mag.*, t. 2, 1957, p. 1149.
- [10] KARTUZHANKII, *Uspekhi fiz. Nauk.*, t. 52, 1954, p. 341; *Sc. Ind. Phot.*, t. 27, 1956, p. 441.
- [11] MEES, *The Theory of the Photographic Progress*, 1954.
- [12] BOUTRY, Communications au 9^e Congrès International de Photographie, Paris, 1935.
- [13] GÖRISCH, *Z. Wiss. Phot.*, t. 48, 1953, p. 85.
- [14] VON HELMHOLTZ, *Physiological Optics*, t. 1, 1924, p. 231.
- [15] FRIESER et HORNING, *Z. Wiss. Phot.*, t. 40, 1945, p. 88.
- [16] EGGERT et KOCH, *Z. Wiss. Phot.*, t. 49, 1954, p. 104.
- [17] FRIESER, *Sc. Ind. Phot.*, t. 28, 1957, p. 436.
- [18] POWELL, *J. Phot. Sc.*, t. 4, 1956, p. 120.
- [19] BECKER et KIPPHAN, *Ann. Phys.*, t. 10, 1931, p. 15.
- [20] KOVNER, *Zh. eksp. teor. Fiziki*, t. 20, 1950, p. 401; *Sc. Ind. Phot.*, t. 23, 1952, p. 232.
- [21] MISS DIGBY, FIRTH et HERCOCK, *J. Phot. Sc.*, t. 1, 1953, p. 194.
- [22] TELLEZ-PLACENZIA, *Sc. Ind. Phot.*, t. 25, 1954, p. 425.
- [23] SILBERSTEIN, *J. Opt. Soc. Amer.*, t. 35, 1945, p. 93.
- [24] WEBB, *J. Opt. Soc. Amer.*, t. 38, 1948, p. 312.
- [25] WEBB, *J. Opt. Soc. Amer.*, t. 40, 1950, p. 3.
- [26] TRIVELLI, *J. Opt. Soc. Amer.*, t. 42, 1952, p. 467.
- [27] SELWYN, *Sc. Ind. Phot.*, t. 20, 1949, p. 409.
- [28] JONES et HIGGINS, *J. Opt. Soc. Amer.*, t. 36, 1946, p. 203.
- [29] DEBOT, *R. P. S. Centenary Conferences*, 1953.
- [30] CLARK JONES, *J. Opt. Soc. Amer.*, t. 45, 1955, p. 799.
- [31] CROCE et M^{me} MARQUET, *Optica Acta*, t. 3, 1956, p. 94.
- [32] PICINBONO, *C. R. Acad. Sc.*, t. 240, 1955, p. 2206 et 2296.
- [33] ZWEIG, *J. Opt. Soc. Amer.*, t. 47, 1956, p. 508.
- [34] ROSE, *Advances in electronics*, Ed. Morton Academic press, 1948, p. 1318.
- [35] BAUM, *Trans. U. A. I.*, vol. IX, 1955, p. 681.
- [36] STRUVE, *Sky and Telescope*, t. 14, 1955, p. 186.
- [37] HILTNER, *Trans. U. A. I.*, vol. IX, 1955, p. 687.
- [38] FELGETT, *Trans. U. A. I.*, vol. IX, 1955, p. 699.
- [39] EGGERT et SCHOPPER, *Z. Wiss. Phot.*, t. 37, 1938, p. 221.
- [40] HERZ, *Phot. J.*, t. 89 B., 1949, p. 89.
- [41] BLANG-LAPIERRE et DUMONTET, *Rev. Opt.*, t. 1, 1955, p. 1.
- [42] HOPKINS, *J. Opt. Soc. Amer.*, t. 47, 1957, p. 508.
- [43] WATSON, *A treatise on the theory of Bessel functions*, 1944.
- [44] EGGERT et KÜSTER, *Kinotechnik*, t. 16, 1934, p. 127.
- [45] FRACASTORO, *Atti della fondazione Ronchi*, t. 11, 1956, p. 452.
- [46] CHALONGE, *Ann. Astr.*, t. 15, 1952, p. 201.
- [47] DUFAY et TCHENG MAO LIN, *Ann. Ap.*, t. 7, 1944, p. 143.
- [48] RÖSCH, *Ciel et Terre*, t. 71, 1955, p. 205.
- [49] DANJON et COUDER, *Lunettes et télescopes*, 1935.
- [50] J. BECQUEREL et P. COUDERC, *C. R. Acad. Sc.*, t. 236, 1953, p. 983.
- [51] J. BECQUEREL et P. COUDERC, *C. R. Acad. Sc.*, t. 236, 1953, p. 1313.

(Manuscrit reçu le 3 juin 1958).

SECONDE THÈSE



PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ



La matière extraordinaire

Vu et approuvé :

Paris, le 25 avril 1958.

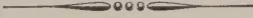
LE DOYEN DE LA FACULTÉ DES SCIENCES,

Joseph PÉRÈS

Vu et permis d'imprimer :

LE RECTEUR DE L'ACADÉMIE DE PARIS,

Jean SARRAILH



PARIS. — IMPRIMERIE GAUTHIER-VILLARS

Quai des Grands-Augustins, 55.

153900-58

Dépôt légal, imprimeur 1959, n° 1310.

Imprimé en France.

PARIS. — IMPRIMERIE GAUTHIER-VILLARS

Quai des Grands-Augustins, 55.

153900-58

Imprimé en France.